

科学研究費補助金研究成果報告書

平成24年4月17日現在

機関番号：15401

研究種目：基盤研究（C）

研究期間：2007～2010

課題番号：19500014

研究課題名（和文） 素子数と段数に基づく回路計算量の階層性の証明と自動設計システムの評価への応用

研究課題名（英文） Proof of hierarchies on circuit complexities based on size and depth, and its application to evaluation of automated design systems

研究代表者

岩本 宙造（IWAMOTO CHUZO）

広島大学・大学院工学研究院・准教授

研究者番号：60274495

研究成果の概要（和文）：

記憶領域や計算時間といった計算資源を、より多く用いれば、より難しい関数の計算や、より多くの言語の受理が可能になると考えられる。この性質を理論的に証明したものが、計算量クラスの階層定理である。本研究では、一様論理回路族を始めとして、チューリング機械やセルオートマトン、並列ランダムアクセス機械などの理論計算機モデル上で、計算量クラスの階層定理を証明した。これにより、計算量クラス間を分離する関数の存在性が示された。

研究成果の概要（英文）：

If we are allowed to use more computational resources such as space and time, then we should be able to recognize more languages or compute more difficult functions. This property is theoretically proved by the hierarchy theorems. In this research, we have presented hierarchy theorems based on uniform circuit families, Turing machines, cellular automata, and parallel random access machines. These hierarchy theorems imply the existence of functions which separate computational complexity classes.

交付決定額

（金額単位：円）

	直接経費	間接経費	合計
2007年度	700,000	210,000	910,000
2008年度	600,000	180,000	780,000
2009年度	600,000	180,000	780,000
2010年度	600,000	180,000	780,000
年度			
総計	2,500,000	750,000	3,250,000

研究分野：総合領域

科研費の分科・細目：情報学・情報学基礎

キーワード：計算の複雑さ

1. 研究開始当初の背景

n 変数の関数 $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ に対して、素子数 n^3 の回路を設計したとする。は

たして良い回路が設計できたかどうかは、どのように評価すれば良いだろうか。例えば、任意の微小な定数 $\epsilon > 0$ に対して、「素子数 $n^{3-\epsilon}$ の如何なる回路でも関

数 f は計算できない」といった最適性が、理論的に証明できればいいのだが、この証明は、非常に難しいことが知られている。実は、任意の有理数 $r > 1$ に対して「素子数 n^r の回路で計算できるが、素子数 $n^{r-\epsilon}$ の回路では計算できない」という具体的で自然な関数 f が、実際に存在するか否かさえも分かっていないのである。

2. 研究の目的

本研究の目的は、一様論理回路族を始めとして、チューリング機械、セルオートマトン、並列ランダムアクセス機械などの理論計算機モデル上で、計算量クラスの階層定理を、証明することである。これにより、さまざまな計算機モデルの能力は、素子数や段数、記憶領域、計算時間などの計算資源を、ほんのわずかな増やすだけで、真に上昇するということが示されることになる。また、たとえば、素子数 n^r の回路では計算できないという対角線論法に基づいた関数 f の存在性が示されることになる。この関数は、素子数が n^r より少ない回路では解が求まらないことが理論的に証明された「本質的に難しい関数」となる。

従来、自動設計システムは、「標準ベンチマーク集合に対して、どれだけ高い性能を発揮するか」で評価されてきた。ところが、ベンチマーク集合は、定数個のテスト回路しか含んでおらず、しかも各回路のサイズは固定されているため、テスト回路を意識したアルゴリズム開発という不正を防止できなかった。本研究で存在性が証明された関数 f は、 n^r より少ない回路では解が求まらないことが理論的に証明された本質的に難しい関数であり、不正が困難となる。

3. 研究の方法

本研究の目的は、(1) 計算量クラスの階層定理の導出、(2) 素子数 n^r と $n^{r-\epsilon}$ の回路の計算量クラスを分離する具体的な関数 f の存在性の証明である。

代表者は、過去の研究課題において、対角線論法による対数時間一様論理回路族の素子数と段数に基づく階層定理を導出した。また、同様の対角線論法で、セルオートマトンの時間階層定理やチューリング機械の時間と領域に関する二つの階層定理を得ている。今回の研究課題では、階層定理の別の証明方法とし

て知られる「詰込み論法」および「再帰的詰込み論法」を用いる。

これらの手法は、大雑把な階層定理を、稠密な階層定理に改善するための有効な方法である。長さ n の入力列に、パディング列を付け足し、入力列の長さを、 n から、 $N = 2^n$ に延ばす証明手法である。計算量クラス間の小さなギャップの崩壊を仮定すると、連鎖的に、計算量クラス間の大きなギャップの崩壊が導かれることを示すことで、矛盾を導く。それにより、計算量クラス間の稠密な階層定理を得る。

また、再帰的詰込み論法は、2台の万能チューリング機械を、並列的にシミュレートし、一方の万能チューリング機械における入力列の長さを、1ずつ大きくすることで、計算量クラス間の大きなギャップを崩壊させる方法である。

4. 研究成果

詰込み論法による階層定理：並列計算の三大モデルである一様論理回路族、交代性チューリング機械、並列ランダムアクセス機械に対して、移行補題を証明した。また、各補題を用いて、稠密な階層定理を導出した。得られた結果は、次のとおりである。

(1) 任意に小さい有理数 $\epsilon > 0$ に対して、深さが $c(1+\epsilon)(\log n)^{r_1}$ 、サイズが $dn^{2(1+\epsilon)}$ の対数時間一様論理回路族で認識できるが、深さが $c(\log n)^{r_1}$ 、サイズが dn^{r_2} のいかなる対数時間一様論理回路族でも認識できない言語が存在する。

(2) $c(9+\epsilon)(\log n)^{r_1}$ 時間、 $d(4+\epsilon)\log n$ 領域の1作業テープ交代性チューリング機械で受理できるが、 $c(9+\epsilon)(\log n)^{r_1}$ 時間、 $d(4+\epsilon)\log n$ 領域のいかなる1作業テープ交代性チューリング機械でも受理できない言語が存在する。

(3) $c(1+\epsilon)(\log n)^{r_1}$ 時間、 $dn^{2(1+\epsilon)}$ プロセッサの並列ランダムアクセス機械で受理できるが、 $c(\log n)^{r_1}$ 時間、 dn^{r_2} プロセッサのいかなる並列ランダムアクセス機械でも受理できない言語が存在する。以上において、 $c > 0$ や $d \geq 1$ 、 $r_1 > 1$ 、 $r_2 \geq 1$ は、任意の有理数である。

再帰的詰込み論法による階層定理：テープ記号が0と1に制限された1テープ非決定性チューリング機械の厳密な領域階層定理を導出した。 $s_2(n)$ を領域構成可能関数とし、 $s_1(n)$ は

$$s_2(n) \geq (1+\epsilon)(s_1(n+3)+n)$$

を満たす関数とする。ただし、 $\epsilon > 0$ は、任意に小さい有理数とする。このとき、

$s_1(n)$ 領域の 1 テープ 2 記号 1 ヘッド非決定性チューリング機械に受理される言語のクラスは, $s_2(n)$ 領域の 1 テープ 2 記号 1 ヘッド非決定性チューリング機械のクラスに, 真に包含されていることを証明した. ここで, $s_2(n) \neq O(n)$ のときは, 上記の条件 $s_2(n) \geq (1 + \varepsilon)(s_1(n+3)+n)$ は,

$$s_2(n) \geq (1 + \varepsilon) s_1(n+3)$$

に置き換えることができる. 本階層定理から, $s(n)$ が n の多項式のときは, $(1 + \varepsilon)s(n)$ と $s(n)$ の二つの領域計算量クラスの間には階層があることが分かる. また, $s(n) = 2^n$ のときは, $(8 + \varepsilon)s(n)$ と $s(n)$ の間に階層がある.

また, 再帰的詰込み論法を用いて, 非決定性セルオートマトンの稠密な時間階層定理を導出した. $t_2(n)$ を任意の時間構成可能関数とし, $t_2(n)$ は $t_1(n+1)$ より真に成長の速い関数とする. このとき, $t_2(n)$ 時間の非決定性セルオートマトンで受理できるが, $t_1(n)$ 時間のいかなる非決定性セルオートマトンでも受理できない言語が存在することを証明した.

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 11 件)

- [1] Chuzo Iwamoto, Kento Sasaki, and Kenichi Morita, "A Polynomial-Time Reduction from the 3SAT Problem to the Generalized String Puzzle Problem", *Algorithms*, Vol. 5, No. 2, pp. 261-272 (2012) doi:10.3390/a5020261 査読あり
- [2] Chuzo Iwamoto, Junichi Kishi, and Kenichi Morita, "Lower Bound of Face Guards of Polyhedral Terrains", *Journal of Information Processing (JIP)*, Vol. 20, No. 2, pp. 435-437 (2012) doi:10.2197/ipsjip/20.435 査読あり
- [3] Chuzo Iwamoto, Yusuke Ono, Kenichi Morita, and Katsunobu Imai, "Relationship between Depth and Nondeterministic Gates in Nondeterministic Circuit Families", *IPSJ Journal*, Vol. 52, No. 4 (2011) 1667-1677 (in Japanese) 査読あり
- [4] Chuzo Iwamoto and Yusuke Sumida, "A SAT Problem to the Generalized One-Person Last-and-First Game", *Advances in Computer Science and Engineering* (ISSN 0973-6999, The Pushpa Publishing House), Vol. 6, No. 2, pp. 105-114 (2011) 査読あり
- [5] Chuzo Iwamoto, Kento Sasaki, Kenji Nishio, and Kenichi Morita, "NP-hard and k -EXSPACE-hard Cast Puzzles", *IEICE Transactions on Information and Systems*, Vol. E93-D, No. 11 (2010) pp. 2995-3004 doi:10.1587/transinf.E93.D.2995 査読あり
- [6] Chuzo Iwamoto, Daisuke Tachibana, Seiki Tokunaga, and Kenichi Morita, "A Tight Space-Hierarchy Theorem for Nondeterministic Turing Machines", *The Transactions of the Institute of Electronics, Information and Communication Engineers D-I*, Vol. J93-D, No. 9 (2010) pp. 1717-1726 (in Japanese) 査読あり
- [7] Chuzo Iwamoto and Reijiro Mikamo, "An Efficient Reconstruction Algorithm for Restricted Domino Tilings", *The Transactions of the Institute of Electronics, Information and Communication Engineers D-I*, Vol. J92-D, No. 6 (2009) pp. 758-766 (in Japanese) 査読あり
- [8] Naonori Tanimoto, Katsunobu Imai, Chuzo Iwamoto, and Kenichi Morita, "On the Non-existence of Rotation-Symmetric von Neumann Neighbor Number-Conserving Cellular Automata of which the State Number is Less than Four", *IEICE Transactions on Information and Systems*, Vol. E92-D, No. 2 (2009) pp. 255-257 査読あり
- [9] Chuzo Iwamoto, Harumasa Yoneda, Kenichi Morita, and Katsunobu Imai, "A Recursive Padding Technique on Nondeterministic Cellular Automata", *IEICE Transactions on Fundamentals of Electronics, Communications and Computer Sciences*, Vol. E91-A, No. 9 (2008) pp. 2335-2340, doi:10.1093/ietfec/e91-a.9.2335 査読あり

[10] Chuzo Iwamoto, Naoki Hatayama, Yoshiaki Nakashiba, Kenichi Morita, and Katsunobu Imai, "Translational Lemmas for DLOGTIME-uniform Circuits, Alternating TMs, and PRAMs", Acta Informatica, Vol. 44, No. 5 (2007) pp. 345-359, doi:10.1007/s00236-007-0051-2 査読あり

[11] Katsunobu Imai, Chuzo Iwamoto, and Kenichi Morita, "A Five-State von Neumann Neighbor Universal Hyperbolic Cellular Automaton", Journal of Cellular Automata, Vol. 1, No. 4 (2007) pp. 275-297 査読あり

[学会発表] (計 5 件)

[1] Chuzo Iwamoto, Kento Sasaki, and Kenichi Morita, "Computational Complexity of String Puzzles", Proceedings of the 18th Computing: the Australasian Theory Symposium (CATS 2012), Melbourne, Australia, CRPIT, 128, Mestre, J. Eds., ACS. (2012) pp. 69-74, 2012年2月1日発表.

[2] Artiom Alhazov, 森田憲一, 岩本宙造, "A Note on Tatami Tilings", RIMS 研究会 (京都大学数理解析研究所講究録), No. 1691, pp. 1-7, 京都市, 2010年2月1日発表.

[3] Chuzo Iwamoto, Kento Sasaki, Kenji Nishio, and Kenichi Morita, "Computational Complexity of Cast Puzzles", Proceedings of the 20th International Symposium on Algorithms and Computation (ISAAC 2009) (Lecture Notes in Computer Science, Vol.5878), Hawaii, USA, pp.122-131, 2009年12月16日発表.

[4] Katsunobu Imai, Yasuaki Masamori, Chuzo Iwamoto, and Kenichi Morita, "On Designing Gliders in Three-Dimensional Larger than Life Cellular Automata", in F. Peper et al. (eds.): Natural Computing (Proceedings in Information and Communications Technology), Himeji, Japan, Vol. 2, Part 3, Springer, pp. 184-190,

doi:10.1007/978-4-431-53868-4_21,
2009年9月24日発表.

[5] Chuzo Iwamoto, Harumasa Yoneda, Kenichi Morita, and Katsunobu Imai, "A Time Hierarchy Theorem for Nondeterministic Cellular Automata", Proceedings of the 4th Annual Conference on Theory and Applications of Models of Computation (Lecture Notes in Computer Science, Vol. 4484), Shanghai, China, pp. 511-520, doi:10.1007/11537311_13, 2007年5月25日発表.

6. 研究組織

(1) 研究代表者

岩本 宙造 (IWAMOTO CHUZO)
広島大学・大学院工学研究院・准教授
研究者番号：60274495

(2) 研究分担者

()
研究者番号：

(3) 連携研究者

()
研究者番号：