

研究種目：基盤研究（C）

研究期間：2007～2008

課題番号：19500029

研究課題名（和文） 有向グラフの階層的描画を求めるアルゴリズムの設計

研究課題名（英文） DESIGN OF ALGORITHMS FOR FINDING A HIERARCHICAL DRAWING OF A DIRECTED GRAPH

研究代表者

増田 澄男（MASUDA SUMIO）

神戸大学・大学院工学研究科・教授

研究者番号：80173748

研究成果の概要：代表的な有向グラフ描画法として、階層的描画を求める Sugiyama らの方法が知られている。本研究では、この方法の各ステップについて考察し、従来の方法の改良を行った。また、辺交差数と描画幅削減のため、垂直・水平線分のみを用いて辺を描く方法を開発した。さらに、頂点がラベルをもつグラフに対して、グラフ描画を求めた後、できるだけ大きな文字サイズを使ってラベルを配置する方法を提案した。

交付額

（金額単位：円）

	直接経費	間接経費	合計
2007年度	500,000	150,000	650,000
2008年度	500,000	150,000	650,000
年度			
年度			
年度			
総計	1,000,000	300,000	1,300,000

研究分野：アルゴリズム論

科研費の分科・細目：情報学・ソフトウェア

キーワード：アルゴリズム，グラフ理論，描画

1. 研究開始当初の背景

頂点と辺からなるグラフは、様々な構造を表現するために用いることができる。その際、グラフの頂点はその構造の構成要素を表し、辺は構成要素間に何らかの関係があることを示す。グラフの適切な描画は、それが表している構造の理解を助けるのに非常に有効であり、鉄道の路線図など、日常生活においても様々な場面で用いられている。しかし、複雑なグラフの適切な描画を人手で求めることは、大変手間のかかる作業である。そのため、グラフの自動描画アルゴリズムに関する研究が国内外で広く行われている。

有向グラフを描画する際には、階層的描画がよく用いられる。有向グラフの階層的描画を求める代表的なアルゴリズムとして、Sugiyama ら (K. Sugiyama et al., "Methods for visual understanding of hierarchical system structures," IEEE Trans. on System, Man, and Cybernetics, vol. SMC-11, pp. 109-125, 1981.) の方法が知られている。この方法は以下の四つのステップよりなり、それぞれにおいて、ある評価基準に注目した最適化問題を考えている。

第1段階：与えられた有向グラフに対し、できるだけ少ない本数の辺を逆向きにするこ

とによって、グラフをアサイクリックにする。(ここで一旦逆向きにされた辺は、最終的な描画において帰還辺となる.)

第2段階：グラフの各頂点をどの階層に配置するかを決定する。この段階では、描画幅に制限があるものとして階層数を最小にすること、辺スパン(辺がまたぐ階層の個数)の総和を最小にすることなどが目的となる。

第3段階：辺の交差ができるだけ少なくなるように、各階層における頂点の順序を決定する。

第4段階：各階層における頂点の座標を決定する。この段階では、隣接階層の隣接頂点をできるだけ近くに配置すること、辺の折れ曲がり点を最少にすることなどが目的となる。

第1段階において帰還辺数を最小にする問題はNP困難であり、発見的手法としてEadesら(P. Eades et al., "A new heuristic for the feedback arc set problem," *Information Processing Letters*, vol. 47, pp. 319-323, 1993.)による方法などが知られている。第2段階において、描画幅に制限がある場合に階層数を最小にする問題もNP困難であり、Coffmanら(E. G. Coffman and R. L. Graham, "Optimal scheduling for two processor systems," *Acta Informatica*, vol. 1, pp. 200-213, 1972.)の方法などが用いられている。第3段階において辺交差数を最小にする問題もNP困難であり、重心法を始めとする多くの発見的手法が提案されている。第4段階で頂点の座標を決定する手法としては、優先度法などが知られている。

描画するグラフが何らかの具体的な構造を表すものであるとき、その構造の構成要素の名称・属性などを、対応する頂点のラベルとして描画中に表示したいことがある。グラフ描画技術の実用性という観点から考えると、適切なラベル表示ができることは非常に重要である。しかし、ラベル付き有向グラフの階層的描画を求める方法に関してはあまり研究されていないのが現状である。

2. 研究の目的

有向グラフの階層的描画を求めるこれまでのアルゴリズムは、上述の第1段階～第4段階のそれぞれに関して、ある評価基準に着目した最適化問題を考え、それを発見的手法により解くものであった。しかし、各段階で他の評価基準も同時に考えることによって、異なるアルゴリズムを構成でき、最終的に得られる描画の質を改善できる可能性がある。本研究の一つ目の目的は、そのような可能性の検討を含め、Sugiyamaらの方法の各段階について考察することによって、従来のものより優れた描画アルゴリズムを構築することである。また、二つ目

の目的は、頂点がラベルをもっている場合に対する有効な方法を設計することである。

3. 研究の方法

ラベルのない有向グラフの階層的描画を求めるアルゴリズムに関して、本研究では、以下の課題(1)～(4)について考察した。また、ラベルをもつグラフに関しては、課題(5)を扱った。いずれについても、従来の方法あるいは基本的な方法を実装して問題点の考察を行った。そして、アルゴリズムの方針やアイデアについて検討した後、段階的に詳細化していき、計算機実験を行いながら改善を繰り返していくという方法をとった。実験データとしては、ランダムな有向グラフを主に用いたが、一部の試験では、科目間関係図などの実データを用いた。

(1) 第1段階に関しては、Eadesらによる方法を改良することにより、単に帰還辺数を少なく抑えるだけでなく、描画の階層数を少なくできるような方法を設計する。

(2) 第2段階に関しては、Coffmanらの方法に後処理を加えることにより、描画の階層数だけではなく、辺スパンの総和も考慮したアルゴリズムを開発する。

(3) 第3段階に関しては、次の①、②について検討する。

① 各階層上の頂点順序を決定するための有効な発見的手法として重心法が知られているが、重心法を用いて得られた頂点順序に対し、局所探索法によって辺交差数をさらに削減する方法を開発する。

② 科目間関係図などを描画する際、同じ階層の頂点をグループに分け、グループごとに頂点を連続して並べたいことがある。そこで、頂点が階層以外にもグループ分けされており、各階層で同一グループの頂点を連続して並べるものとした場合について考え、そのようなときでも適用できるように、重心法と局所探索法による方法を拡張する。

(4) 辺交差数と描画幅を少なく抑えることを目的として、辺を垂直・水平線分を用いて描く方法を設計する。

(5) 頂点がラベルをもつグラフに対しては、ラベルのない状態の描画を求めた後、そこにラベルを配置していくという方針をとることとした。グラフ描画への頂点ラベル配置については、文字サイズを適切に設定しないと、ラベル配置率(ラベルを配置できた頂点の割合)が非常に小さくなることがある。そこで本研究では、ラベル配置率の目標値P[%]が指

定されているときに、この目標値を達成するラベル配置で、文字サイズができるだけ大きいものを求めるという問題を考えることにする。まず、平面上に点のみが存在する場合について、この問題に対するアルゴリズムを開発し、その後、その方法をもとにして、グラフ描画に対するアルゴリズムを設計する。

4. 研究成果

上に述べた課題(1)～(5)に対する成果の概要を順に示す。

(1) 第1段階に関しては、Eades らの方法を改良することにより、帰還辺数だけでなく、最終的に得られる描画の階層数も少なくするための方法を提案した。有向グラフ G に対して、Eades らの方法は、次の処理(a), (b)を繰り返すことにより、アサイクリックグラフ G^R を作るものである。

- (a) G 中にソース (入次数 0 の頂点) あるいはシンク (出次数 0 の頂点) があれば、それに接続する辺を G^R に加え、 G から削除する。
- (b) G 中の頂点のうち、(出次数) - (入次数) が最大のを任意に選び、 v^* とする。 v^* の射入辺の向きを反転させたものと v^* の射出辺を G^R に加え、 v^* に接続する全ての辺を G から削除する。(v^* の射入辺は最終的な描画で帰還辺となる。)

提案法は、Eades らの方法に対し、 v^* の選択方法を工夫し、後処理を付け加えたものである。 G^R における最長路長を短く抑えることが、最終的な描画の階層数を減らすことにつながると考えられるため、 v^* の選択の際には、以下の処理を行っている。

アルゴリズム実行中の任意の時点を考える。 G 中の頂点のうち(出次数) - (入次数) が最大のもの集合を D とする。そして、 D の一つ以上の頂点を射出集合に含む頂点で入次数が 1 のものを D に追加していく。提案法では、このようにして求めた D の各頂点 v に対して、 F ランク、 B ランクと呼ぶ 2 種類の値を計算する。前者は、 G^R におけるソースから v への有向路の長さの最大値であり、後者は v からシンクへの有向路の長さの最大値である。 F ランクと B ランクの和をランク和と呼び、全頂点のランク和のうちの最大値を最大ランク和と呼ぶ。提案法で v^* を選択する際には、次の処理(*)を実行する。

- (*) D 中の各頂点 v について、それを v^* とした後の最大ランク和を計算し、その値が最小となる頂点の集合 D' を求める。そして、 D' の中で F ランクが最小の頂点のうち、 B ランクが最大のを v^* とする。

提案法の後処理は、 G^R がアサイクリックである範囲で、帰還辺の集合を極小にするため

のものである。ただし、階層数が無駄に増えることを避けるための工夫をしている。

表 1 に、頂点数が 50、辺数が 100 のランダムな有向グラフ 1000 個に対する実験結果を示す。ここでは、従来法 (Eades らの方法に簡単な後処理を加えたもの) と提案法を実行し、帰還辺の本数の平均値と、得られた G^R に対して Coffman らの方法を適用したときの階層数の平均値を求めている。Coffman らの方法では、同一階層に置く頂点の個数の上限値 W を指定することができるが、表 1 の結果は $W=9$ としたときのものである。

表 1 第1段階についての実験結果

方法	帰還辺数	階層数
従来法	7.304	17.97
提案法	6.844	16.31

この表から分かるように、提案法は、帰還辺数、階層数の両方に関して従来法より優れている。なお、グラフの頂点数、辺数あるいは W の値を変えた実験でも同様であった。

本研究では、上記の提案法にさらに工夫を加え、帰還辺をより少なくする方法も設計したが、それについての説明は省略する。

(2) 第2段階に関しては、階層数と辺スパン総和の両方を考慮するため、Coffman らの方法を実行した後、以下に述べる後処理を実行することにした。

Coffman らの方法により、グラフの頂点集合が h 個 ($h \geq 3$) の階層に分割されたものとする。上から i 番目 ($1 \leq i \leq h$) の階層上の頂点の集合を V_i とする。このとき、以下の条件(a)～(d)が成立するならば、頂点 v は V_j に移動可能であるものとする。

- (a) V_j の要素数が上限値 W より小さい。
- (b) v の移動後、互いに隣接する頂点が同一の階層に属さない。
- (c) v の移動により帰還辺ができない。
- (d) v の移動により辺スパンの総和が増えない。

提案する後処理は、2 種類の手続き Down と Up を、辺スパンの値が変化しなくなるまで、交互に繰り返し実行するものである。手続き Down は、 $i=h-2, h-3, \dots, 1$ に対して、 V_i の頂点を (出次数) - (入次数) の値の非増加順に見ていき、各頂点を移動可能な階層のうちで最も下の階層に移動していくものである。手続き Up は、逆に、頂点を上の階層に移動するものである。

(1) で述べた従来法と提案法の実行結果に対して、Coffman らの方法を実行した後、後処理を行わない場合と行った場合の辺スパンの総和を、計算機実験により比較した。頂点数 50、辺数 100 のグラフ 1000 個に対する実験結果を表 2 に示す。ここでも、 W の値は 9 としている。

表2 第2段階についての実験結果

方法	辺スパンの総和	
	後処理なし	後処理あり
従来法	355.214	286.949
提案法	330.559	259.952

この表から分かるように、第1段階でいずれの方法を用いた場合でも、提案した後処理は、辺スパンの総和を減らすために有効である。また、この後処理により、階層数を削減できる場合もあった。

(3) 第3段階に関する成果は以下のとおりである。

① 重心法を用いて得られた頂点順序に対し、局所探索法によって辺交差数をさらに削減する方法を提案した。提案法は、階層順シフティングと呼ばれる既存の手法と同様、ある階層に注目し、その上の頂点を同一階層上で移動するという処理を、上の階層から順に行っていくものである。しかし、選んだ頂点を移動して得られる頂点順序の中で辺交差数が必ず最小となるものを求めている点、重心法の結果を初期配置としている点などが階層順シフティングと異なっている。

有向グラフ $G=(V, E)$ の頂点集合が、 h 個の階層に分割されているものとする。辺スパンが2以上の辺に対しては、そのスパンの値より1少ない個数のダミー頂点が設けられるが、 V はそれらのダミー頂点も含んでいるものとする。上から i 番目の階層の頂点集合を V_i とし、その要素数を n_i とする。また、 V_i の頂点と V_{i+1} の頂点との間の辺の集合を E_i と表す。提案法は、重心法で得られた頂点順序を初期解として、現在の解の近傍から次の解を探索することを繰り返す。ここで近傍は、ある V_i の頂点の高々一つを、その階層上の他の位置に移動して得られる $0(n_i^2)$ 通りの頂点順序とする。

$i=1$ のときには、以下の問題 $up(i)$ を解いて、その結果の頂点順序を次の解とする。

問題 $up(i)$: V_{i+1} の頂点順序を固定し、 V_i の高々一つの頂点を移動して得られる頂点順序の中で、 E_i の辺の交差数が最小となるものを求めよ。

同様に、 $1 < i < h$ の場合は以下の $both(i)$ を、 $i=h$ の場合は $down(i)$ を解く。

問題 $both(i)$: V_{i-1} と V_{i+1} の頂点順序を固定し、 V_i の高々一つの頂点を移動して得られる頂点順序の中で、 $E_{i-1} \cup E_i$ の辺の交差数が最小となるものを求めよ。

問題 $down(i)$: V_{i-1} の頂点順序を固定し、 V_i の高々一つの頂点を移動して得られる頂点順序の中で、 E_{i-1} の辺の交差数が最小となるものを求めよ。

提案法の概略を以下に示す。

(a) 重心法による頂点順序を初期解とする。

(b) 現在の頂点順序での辺交差数を $count$ とする。

(c) 以下の順で問題を解き、解の更新を行う。
 ・ $up(1)$ を解く。
 ・ $i=2, 3, \dots, h-1$ について $both(i)$ を解く。
 ・ $down(h)$ を解く。

(d) 現在の頂点順序での辺交差数を求め、それが $count$ より小さければ(b)に戻る。
 $count$ に等しければ終了する。

各部分問題の解法の説明は省略するが、適切な前処理を行うなどの工夫により、ステップ(c)を1回あたり $O(|V|(|V|+|E|))$ 時間で実行することができる。

各階層の頂点数がほぼ均等であるようなグラフに対して計算機実験を行ったところ、提案法は、重心法と比べて、辺交差数を20~30%削減することができた。階層数 h が6, 8あるいは10、各階層の平均頂点数が7 (ダミー頂点を含まない)、辺数が頂点数の約1.5倍のグラフ1000個に対する平均辺交差数を表3に示す。

表3 第3段階についての実験結果

方法	辺交差数		
	$h=6$	$h=8$	$h=10$
重心法	113.1	174.7	246.7
提案法	81.97	129.2	185.6

② 重心法と①で述べた提案法を、頂点がグループ分けされており、各階層で同一グループの頂点を連続して並べるものとした場合に適用できるように拡張した。

グラフ G の頂点集合が、 h 個の階層に分割されているものとする。上から i 番目の階層の頂点集合を V_i とし、 V_i の頂点がいくつかのグループに分割されているものとする。このとき、各グループに対応して、グループ頂点と呼ぶ一つの頂点を作る。さらに、 V_i のあるグループの頂点と V_{i+1} のあるグループの頂点の間に t 本の辺が存在するとき、対応するグループ頂点間に辺を引き、重み t を与える。このようにして得られる重み付きグラフを G' とする。

G の描画において、辺 $e=(u, v)$, $f=(w, x)$ (ただし $u, w \in V_i$, $v, x \in V_{i+1}$) が交差しているものとする。もし u, w が V_i で同じグループに属しているか、あるいは v, x が V_{i+1} で同じグループに属しているならば、 e と f のこの交差はグループ内交差であるという。一方、これらの条件のどちらも成立しないならば、 e と f の交差はグループ外交差であるという。

G' の描画において辺 e, f が互いに交差しているとき、その交差の重みを、 e の重みと f の重みの積として定義する。さらに、描画中の交差の重みの総和を、重み付き辺交差数と呼ぶことにする。

拡張した重心法では、次の処理を実行する。

- (i) 各階層上のグループの順序を決定する．ここではグラフ G' に対して，通常の重心法と同様の処理を行う．ただし，頂点の並び替えに用いる重心値は，辺の重みを反映した重み付き重心値とする．
- (ii) 各階層の各グループについて，通常の重心値を用いて，グループ内の頂点の順序を決定する．

局所探索を行う提案法では，以下の処理 (a) ~ (d) を実行する．

- (a) 重心法の (i) の処理により，各階層上のグループの順序を求める．
- (b) 局所探索法により，グループ外交差数がより少なくなるようにグループ順序を決定する．
- (c) 各階層のグループの順序を (b) で求めたものに固定し，重心法の (ii) の処理により，各グループ内の頂点の順序を求める．
- (d) 局所探索法により，グループ内交差数がより少なくなるように，各グループ内の頂点順序を決定する．

先に述べたのと同じ条件で計算機実験を行った（グループ数は階層数の半分とした）ところ，拡張した重心法に比べ，局所探索を行う提案法は，辺交差数をやはり 20~30%削減することができた．

(4) 各辺を垂直・水平線分からなる経路として描く方法を提案した．提案法は，辺交差数を少なくするため，同一頂点に接続する辺が垂直・水平線分の一部を共有することを許している．また，階層数が 3 以上のグラフで導入されるダミー頂点についても，複数の辺による共有を許すことによって，ダミー頂点の個数を削減し，描画を簡潔にするための工夫をしている．

階層数が 2 の場合の描画例を図 1 に示す（ここでは各頂点を正方形で描いている．また，辺の向きは明示していない）．通常の描画では同図 (a) のように各辺を直線で描くが，提案法では，同図 (b) のように，上階層の頂点→垂直線分→水平線分→垂直線分→下階層の頂点というように，垂直・水平線分を用いて辺を描く．その際，上階層の頂点のある集合 S_1 と下階層の頂点のある集合 S_2 に対して， $S_1 \cup S_2$ から誘導される部分グラフが完全 2 部グラフであるとき， S_1 ， S_2 のそれぞれの頂点を 1 本の水平線分を用いてつなぎ，それらの間を垂直線分で接続することを許している．このような集合 S_1 ， S_2 を定めたとき， $S_1 \cup S_2$ を高階辺と考えることにする．

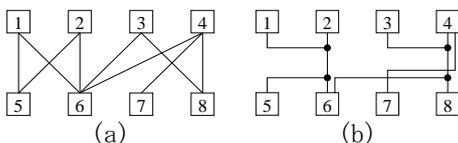


図 1 階層数 2 のグラフの描画例

階層数が 2 のときの提案法の概略を示す．

- (a) 各頂点の x 座標を定める．
- (b) 高階辺の集合 E' を定めた後，描画中で用いる水平線分の集合 H を決定する．
- (c) 集合 H を，水平線群と呼ぶいくつかの部分集合に分割する．
- (d) 各水平線群に属する水平線分と同じ y 座標を割り当てる．その後，垂直線分を加えて描画を完成する．

階層数が 3 以上のグラフの場合，通常の描画方法では，辺スパンが 2 以上の各辺に対して，そのスパンの値より 1 少ない個数のダミー頂点を設ける．これに対し提案法は，異なる辺がダミー頂点を共有することを許すことにより，グラフをより簡潔にする．図 2 に例を示す．同図 (a) に白丸で表した頂点が，通常の描画で作られるダミー頂点である．提案法では，同図 (b) のようにダミー頂点を共有させることにより，ダミー頂点の個数を削減する．

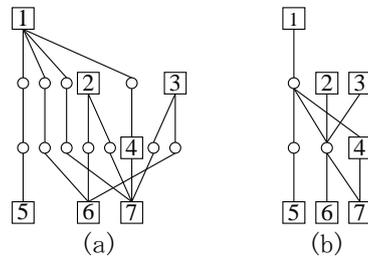


図 2 ダミー頂点の共有

このようにしてダミー頂点を設けた後，提案法は，最も上の 2 階層から始めて，連続する階層の間の描画を上記の手順 (a) ~ (d) により決定していく．

頂点数 20，辺数 40，階層数 4 のグラフ 200 個に対して，通常の方法と提案法による描画を求め，辺交差数と描画幅（同一階層における頂点数の最大値）を比較した．その結果を表 4 に示す．辺を表す線分の一部の共有を許すこと，及びダミー頂点の共有を許すことの効果は大きく，辺交差数，描画幅のいずれも大幅に改善することができている．

表 4 辺交差数と描画幅削減の効果

方法	辺交差数	描画幅
従来法	61.0	18.9
提案法	29.6	12.6

(5) まず，平面上に点のみが存在する場合について，次の問題に対するアルゴリズムを設計した．その後，その方法を，グラフ描画中に頂点ラベルを配置するアルゴリズムに拡張した．

ラベルサイズ最大化問題：各点の座標と基本ラベルサイズが決まっているものとする．ラベル配置率の目標値 $P[\%]$ が指定されたときに，この目標値を達成するラベル配置で，

ラベル拡大倍率ができるだけ大きいものを求めよ。

以下では、グラフ描画に対する方法についてのみ簡単に説明する。

提案法では、最初に各頂点に対して、ラベル配置位置の候補（ラベル候補）を定める。上記の問題の解となる倍率を探るとき、二つのラベル候補どうしが接触を起こす倍率のみを考えればよい。各頂点の座標と基本ラベルサイズから、そのような倍率を全て求めて得られる集合を $S = \{s_1, s_2, \dots, s_m\}$ ($s_1 < s_2 < \dots < s_m$) とする。提案法は、ラベル数最大化問題（ラベル拡大倍率を固定したときに、できるだけ多くのラベルを配置する問題）に対する発見的な手法を繰り返し実行するものであるが、その回数を減らすために、2分探索の要領で解となる倍率を探していく。具体的には、まず S の要素をソートし、探索の範囲 Range を S 全体とする。次に、 S の中央値を倍率としてラベル数最大化問題を解く。結果の配置率が P を下回ればその中央値未満の倍率の集合を Range とし、 P を上回れば中央値より大きな倍率の集合を Range とし、同様の処理を再帰的に実行する。

提案法は、以上の方法に、以下の工夫を加えたものである。ある倍率 s_{cur} に対してラベル数最大化問題を解き、結果の配置率が P 以上になれば、配置ラベル数に何枚分の余裕があるかを求めて、その値を r とする。そして、配置された全てのラベルを拡大していくものとしたとき、高々 r 組しかラベルの重なりが起らないような最大の倍率を求めて s_{zm} とする。このとき、倍率 $s_{\text{cur}+1}, s_{\text{cur}+2}, \dots, s_{\text{zm}}$ に対しても、配置率が P を下回らないラベル配置が可能であるので、これらの倍率を Range から除く。特に、 s_{zm} が Range 中の最大倍率以上になった場合、 s_{zm} を解として、2分探索全体を終了する。

計算機実験を行ったところ、この工夫により、ラベル数最大化問題を解く回数を削減でき、実行時間を短縮することができた。

以上に述べた成果のうち、(1)～(3)のアルゴリズムは、従来の方法より質の高い階層的描画を得るために有効である。(5)のアルゴリズムは、グラフ描画中への頂点ラベル配置に有効である。一方、成果(4)は、階層的描画の新しいスタイルを提案したものである。ここで開発したアルゴリズムは、従来の方法では描画が複雑になるようなグラフに対して特に有用であると考えている。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 3 件)

- ① 寺本正幸, 増田澄男, 山口一章, 有向グラフ描画アルゴリズムにおける閉路削除法の改良, 電子情報通信学会論文誌, vol. J92-A, 2009, 掲載予定, 査読有.
- ② 田守健太郎, 山口一章, 増田澄男, 局所探索法による階層的描画の辺交差削減, 電子情報通信学会論文誌, vol. J92-A, pp. 55-61, 2009, 査読有.
- ③ 西山岳志, 山口一章, 増田澄男, 一般化したラベルサイズ最大化問題に対するアルゴリズム, 電子情報通信学会論文誌, vol. J91-A, pp. 1223-1228, 2008, 査読有.

[学会発表] (計 4 件)

- ① 荒木徹也, 増田澄男, 山口一章, 階層的グラフ描画アルゴリズムにおける辺の形状の決定法, 平成 20 年電気関係学会関西支部連合大会, 2008 年 11 月 9 日, 京都市.
- ② 阿部昇, 増田澄男, 山口一章, グラフ描画における頂点ラベルサイズの最大化, 平成 20 年度情報処理学会関西支部支部大会, 2008 年 10 月 24 日, 京都市.
- ③ 寺本正幸, 増田澄男, 山口一章, 有向グラフ描画アルゴリズムにおける閉路削除法の改良, 2008 年電子情報通信学会総大会, 2008 年 3 月 20 日, 北九州市.
- ④ 田守健太郎, 山口一章, 増田澄男, 階層的グラフにおける交差数最小化問題に対する局所探索法の適用, 平成 19 年電気関係学会関西支部連合大会, 2007 年 11 月 18 日, 神戸市.

6. 研究組織

(1) 研究代表者

増田 澄男 (MASUDA SUMIO)
神戸大学・大学院工学研究科・教授
研究者番号：80173748

(2) 研究分担者

なし

(3) 連携研究者

山口 一章 (YAMAGUCHI KAZUAKI)
神戸大学・大学院工学研究科・准教授
研究者番号：60273760