

平成21年6月12日現在

研究種目：基盤研究（C）  
研究期間：2007～2008  
課題番号：19500234  
研究課題名（和文）ロバスト性を考慮したポートフォリオとリスク計測手法の研究  
研究課題名（英文）Robust Portfolio and Its Risk Measurement  
研究代表者  
中村 信弘（NAKAMURA NOBUHIRO）  
一橋大学・大学院国際企業戦略研究科・教授  
研究者番号：90323899

研究成果の概要：

リスク資産の変動過程に関して、我々は真のモデルを知ることはできないため、モデル選択においては常に不確実性が付き纏う。本研究では、このモデル選択の不確実性に起因する損失をできるだけ回避して最良のポートフォリオを構築する方法とそのリスク計測手法を探究した。その応用として、年金基金や投資信託、ヘッジファンド等の中長期投資で、このような動的でロバスト最適な投資戦略の構成法と実践法を示した。

交付額

（金額単位：円）

	直接経費	間接経費	合計
2007年度	1,600,000	480,000	2,080,000
2008年度	1,700,000	510,000	2,210,000
総計	3,300,000	990,000	4,290,000

研究分野：総合領域

科研費の分科・細目：情報学・統計科学

キーワード：統計数学、確率論、ファイナンス

1. 研究開始当初の背景

年金基金や保険会社のように特徴的な負債構造をもつ場合の資産運用、金融機関におけるデリバティブを含む市場性資産のリスク管理では、将来の給付、保険金の支払いに備

えた長期投資戦略の策定とその効率的計算方法の確立、選択したリスク管理・計測手法の妥当性、モデル選択の誤りに起因する損失（モデルリスク）に対して頑健な投資手法の確立が重要である。本研究では、以下の3つ

の視点 (1)モデルの不確実性を考慮したロバスト・ポートフォリオの構築とその年金、保険等への応用、(2)長期投資に適合した多期間ポートフォリオ問題の近似解法とロバスト性、(3)デリバティブ資産のマーケットリスク計測におけるモデルリスクから新たなポートフォリオ理論、リスク計測手法の確立を企図して研究を推し進めた。

## 2. 研究の目的

従来の動的ポートフォリオ選択問題では、投資家が、リスク資産のリターン・ダイナミクスに関して、何らかのモデルを仮定し、最適投資比率や最適消費を計算する。これらの方法論は、リスク資産の変動性に関するリスクは考慮されているが、投資家が選択したモデルが真のモデルと異なるかもしれないという、所謂、モデル選択の不確実性は考慮されていない。

その昔、経済学者F.Knightはリスクと不確実性は明確に区別されなければならないと説いた。本研究の目的は、このモデルの不確実性を、従来の市場性リスクを考慮した動的ポートフォリオ投資問題の中に統合し、それを具現化する最適投資問題に対して明示的な解を与え、その応用として、社会的要請の強い年金基金の運用力向上、金融機関におけるリスク管理手法の精度向上に貢献することである。

## 3. 研究の方法

モデルリスク、ロバスト性を考慮したポートフォリオ問題は、投資家の主観確率と実確率の相対エントロピーに制約を課した上で、期待効用の最悪シナリオを避ける最大・最小値問題で定式化される。この期待効用を最小化する第1段階の問

題は、Martingale最適性原理を用いると、ある確率微分効用関数の最大値問題に変換することができる。この問題を資産価格過程が拡散過程やジャンプ拡散過程で表わされる場合に、対応するHamilton-Jacobi-Bellman(HJB)方程式を導出し、第2段階の投資戦略に関する最大化問題を解く。

更に、対象資産を株式だけでなく、債券にまで拡張するために、マルチファクター・アファインタイプの確率金利モデルの開発を行う。数値計算法に関しては、HJB方程式を解くための有限差分法、ジャンプがある場合は積分偏微分方程式の数値計算の可能性を探求する。

## 4. 研究成果

### 【平成19年度】

(1)ロバスト・ポートフォリオとその年金、保険等への応用、(2)多期間ポートフォリオ問題の近似解法とロバスト性、(3)デリバティブ資産のマーケットリスク計測におけるモデルリスクに焦点を当て研究を進めた。

(1)に関しては、長期運用で重要なインフレリスクを考慮し、特に、わが国の特異な金利市場(ゼロ金利とその解除、そして物価連動国債の発行された債券市場、デフレ経済下での実質・名目金利形成等)に適合した名目、実質金利の期間構造を構築し、明示的に連続時間のロバスト最適化問題の中に取り込んだ。そして、株式、債券、物価連動債からなるポートフォリオのロバストな最適投資戦略の構築方法を研究し、その研究成果を日本ファイナンス学会(2007)で報告した。更に、年金基金の代替投資の一環で、ヘッジファンド等に投資することがあるが、

そのリスク・リターン構造を明らかにするため、ヘッジファンドの運用手法の一つであるコンバージェンス・トレーディングに関する理論研究を行った。上記と同様のロバスト投資戦略の枠組みで、最適投資戦略の構築に関して、スプレッドの収斂先が完全に観測可能とした完全情報の場合とそうではなく観測不可能とした部分情報の場合とでそれぞれ分析し、日本金融・証券計量・工学学会（JAFEE: 2007, summer, winter）でその研究成果を発表した。

（２）に関しては、Brandt=Santa-Clara (2006)による多期間ポートフォリオ問題の数学的な定式化と近似解法の可能性について、期中の消費を考慮した場合の理論的研究を進めた。

（３）に関しては、（１）の研究成果から派生したものとして、効用関数を用いたロバストな確実性等価原理を用いた評価の可能性を検討した。

#### 【平成20年度】

平成19年度の研究成果を踏まえて、ロバスト・ポートフォリオとモデルリスクに関する計量モデルに関して以下の4点の研究成果を挙げた。

（１）債券ポートフォリオ運用への適用：イールドカーブ上の複数個のミスプライシングが解消することを利用する連続時間の動的ロバスト・コンバージェンス取引戦略の構成法について研究。実務でよく使われる（静的な）バタフライ・トレードのモデルリスクを考慮した動的モデルへの拡張が可能となった。マルチファクター・アフィンタイプの確率金利モデルを適用し、ロバストポートフォリオ最適化問題をとき、最適投資戦略を導出した。その研究成果はJAFEE(2008:sum

mer)で発表した。

（２）流動性リスク：投資家、マーケット・メーカーの探索・交渉理論に基づく証券の流動性リスクプレミアムに新たにモデルの不確実性を考慮したとき、どのような影響が現れるかを分析する計量モデルを提案した。アジアファイナンス学会=日本ファイナンス学会共催の国際会議(2008)でその研究成果を報告した。

（３）Fund of Funds:年金基金や投資信託、ヘッジファンド等の運用は、投資家（委託者）とファンドマネージャー（代理人）との間の契約に基づく代理投資であり、両者の情報の非対称性により、エージェント問題を抱えている。リスク鋭感的確率制御で使われる目的関数を、モデルの不確実性を考慮したロバスト版に拡張し、プリンシパル-エージェント理論の枠組みで、ファンドマネージャーの最適報酬や、平均回帰性のある危険資産に対する最適投資戦略を導出した。更に、直接投資でなく、このような代理投資の場合に、市場の歪みを利用する取引が市場の安定性に与える影響を分析する枠組みを提案した。その研究成果はJAFEE(2008:Winter)で発表した。

（４）managed portfolioの考え方をを用いて、多期間ポートフォリオ問題をunconditionalな問題で近似できることを示した。unconditionalな問題とすることで、資産収益率の動的変化をモデル化する必要がなくなるため、モデルリスクの軽減につながる。現在、論文をまとめている最中である。

その他、リスク計測手法の啓蒙のため、Duffie and Singletonの単行本の翻訳「クレジットリスク」を行った。また、モデルリスクのあるデリバティブの評価

に関しては、上記の最大・最小期待効用のもとでの「効用無差別価格付け」が可能であるが、大きな進捗はなく、今後の研究課題の一つとしたい。

#### 5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕(計6件)

(1) Nobuhiro Nakamura, Robust Delegated Portfolio Management with Model Uncertainty, Proceedings of the 30-th JAFEE meeting, 査読無, 2008: Winter, 273-291

(2) Nobuhiro Nakamura, Robust Yield Curve Arbitrage in Hedge Funds under Model Uncertainty, Proceedings of the 29-th JAFEE meeting, 査読無, 2008: Summer, 169-183

(3) 中村信弘, 「拡張Mertonモデルとその応用」、日本金融・証券計量・工学学会 (JAFEE) 学会誌『ジャフィー・ジャーナル: 金融工学と市場計量分析; 非流動性資産の価格付けとリアルオプション』(朝倉書店、2008年度発刊, 編者: 津田博史, 中妻照雄, 山田 雄二)(査読有), pp.213-235.

(4) Nobuhiro Nakamura, Robust Convergence Trading of Hedge Funds with Model Uncertainty under Partial Information, Proceedings of the 28-th JAFEE meeting, 査読無, 2007: Winter, 277-296.

(5) Nobuhiro Nakamura, Robust Convergence Trading of Hedge Funds with Event and Model Risks, Proceedings of the 27-th JAFEE meeting, 査読無, 2007: Summer, 123-141.

(6) Nobuhiro Nakamura, Robust Dynamic Asset Allocation under Inflation Risk,

Proceedings of the 15th NFA meeting, 査読無, 2007, 268-277.

〔学会発表〕(計6件)

(1) Shun Kobayashi, Nobuhiro Nakamura, Kazuhiko Ohashi, Search-Based Liquidity Premium with Model Uncertainty, Asian Finance Association-Nippon Finance Association 2008, International Conference, 2008年7月8日, Pacifico Yokohama Conference Center

(2) Nobuhiro Nakamura, Robust Delegated Portfolio Management with Model Uncertainty, 第30回JAFEE大会, 2008年1月30日, 筑波大学(東京キャンパス)

(3) Nobuhiro Nakamura, Robust Yield Curve Arbitrage in Hedge Funds under Model Uncertainty, 第29回JAFEE大会, 2008年8月2日, 成城大学

(4) Nobuhiro Nakamura, Robust Convergence Trading of Hedge Funds with Model Uncertainty under Partial Information, 第28回JAFEE大会, 2007年12月22日, 中央大学(駿河台記念館)

(5) Nobuhiro Nakamura, Robust Convergence Trading of Hedge Funds with Event and Model Risks, the 27-th JAFEE meeting, 第27回JAFEE大会, 2007年8月2日, 明治大学(駿河台キャンパス)

(6) Nobuhiro Nakamura, Robust Dynamic Asset Allocation under Inflation Risk, 第15回日本ファイナンス学会, 2007年6月16日, 慶応大学(三田キャンパス)

〔図書〕(計1件)

(翻訳) D.Duffie, K.J.Singleton著

本多俊樹，上村昌司訳、共立出版  
「クレジットリスク」、2008、418ページ

## 6 . 研究組織

### (1)研究代表者

中村 信弘 (NAKAMURA NOBUHIRO)  
一橋大学・大学院国際企業戦略研究科・  
教授

研究者番号：90323899

### (2)研究分担者

上村 昌司 (KAMIMURA SHOJI)  
麗澤大学・国際経済学部・准教授

研究者番号：50323902