

平成 22 年 4 月 30 日現在

研究種目：基盤研究（C）
 研究期間：2007～2009
 課題番号：19500737
 研究課題名（和文）： 数学的問題解決における「振り返り活動」とその指導に関する実証的研究
 研究課題名（英文）： Empirical study on “Looking-back Activities” and its teaching in mathematical problem solving
 研究代表者
 山田 篤史（YAMADA ATSUSHI）
 愛知教育大学・教育学部・准教授
 研究者番号：20273823

研究成果の概要（和文）：本研究では、問題解決終了後の振り返り活動の幾つかの機能に着目し、振り返り活動の具体的様相を調査し、またその指導について検討してきた。主要な成果は、振り返り活動を助長する問題の特性を明らかにしたこと、当該問題の解決終了後やより発展的な問題解決中の振り返り活動が解法の進展や問題理解に寄与した事例を見いだしたこと、振り返り活動が生起する幾つかの契機を事例的に指摘したことであった。また、それらを踏まえて振り返り活動の指導について検討した。

研究成果の概要（英文）：The aim of this study was to investigate concrete status of looking-back activities focusing on some functions of looking-back activity during/after problem solving and to discuss its teaching. The main results were to indicate some characteristics of problem for promoting looking-back activity, to find out the cases that looking-back activities after the problem solving and during next more difficult problem solving contributed to promote the development of solution or understanding the problem, and to indicate the trigger of emergence of looking-back activity. And we discussed some directions for teaching of looking-back activity.

交付決定額

(金額単位：円)

	直接経費	間接経費	合計
2007 年度	900,000	270,000	1,170,000
2008 年度	500,000	150,000	650,000
2009 年度	600,000	180,000	780,000
年度			
年度			
総計	2,000,000	600,000	2,600,000

研究分野：数学教育学

科研費の分科・細目：科学教育・科学教育

キーワード：数学的問題解決，振り返り

1. 研究開始当初の背景

数学的問題解決過程の研究に関して繁栄に参照される研究は、ポリアの問題解決の4段階（理解・計画・実行・振り返り）である

う。しかし、問題解決研究が盛んであった1970年代後半から1980年代は、発見法・ストラテジーや解決活動のコントロールに関する研究が盛んであり、いわば、ポリアの4段階における「計画・実行」の段階に研究の

興味が集中しており、実践研究でも同様の傾向があった。他方、ポリア(1954)の4段階の最後の段階である「ふり返り」に関しては、その重要性は認識されていたものの、研究上の興味は薄く、実践研究も含めて現在もこうした状況に大きな変化は無いように思われる。

このように、ふり返り活動の重要性に関する指摘とは対照的に、数学的問題解決の文脈におけるふり返り活動の実態に関する研究知見は少なく、それ故、研究知見の活用やその指導可能性などについての研究もそれほど見当たらないのが現状であったのである。例えば、長期の指導にも拘わらず事後テストにおける「自発的な」ふり返りストラテジーの使用頻度が非常に少なかったというKantowski(1977)の結果はあるものの、その結果を踏まえれば容易に想像される「何らかの促しにより、ふり返りはどの程度行われるのか」といった疑問に関する知見の集積は殆ど行われていなかったのである。さらには、その指導可能性との関連を考慮するならば、「ふり返り活動を促す発問」の具体的な内容を検討せざるを得ないだろう。例えば、解決終了時に「ふり返ってみなさい」といった一般的な発問をしたところで、児童・生徒によっては、ふり返る必然性を感じない場合も起こり得る。むしろ、ふり返りのねらいを明示的にした発問である「答えをチェックするために、ふり返ってみなさい」と発問することで、その発問が機能する蓋然性は高まると考えられるのである。

本研究グループでは、こうした問題意識から、ふり返り活動に関する研究知見の蓄積とその指導可能性について検討するための研究を進めてきた。まず、ふり返りを促す発問を検討するために、ふり返りの機能を次の6つに整理した。

- (a) 解答・解法のチェック
- (b) 別解・より良い解法の探究
- (c) 問題構造に対する洞察や理解の深化
- (d) 解や解法の拡張・発展及び他の問題への適用
- (e) 批判的かつ創造的思考の喚起
- (f) 解法の妥当性・一般性に関する検討

また、これらの機能のうち(b)と(f)の2つの機能について、解決者が特定の問題に解答を与えた後、これらの機能を明示的にしたふり返りを促す発問を提示することにより、そうした発問が解決者のその後の解決の進展にどのような影響を及ぼすかをペーパーテスト形式で調査してきた。しかし、更なる課題も残っていた。特に、それまでの研究では、調査問題が「電話線問題」に、ふり返りの機能を意識した発問も2つに限られていたし、調査方法もペーパーテスト形式に限られていた点は大きな課題であった。また、そうし

た様々な研究知見に基づくふり返り活動の指導可能性の検討も課題として挙げられていたのである。

ポリア, G.(1954).『いかにして問題をとくか』(柿内賢信訳).丸善.

Kantowski, M.G.(1977). Processes involved in mathematical problem solving. *Journal for Research in Mathematics Education*, 8 (3), 163-180.

2. 研究の目的

これまでの本研究グループでの研究においても、問題解決終了後のふり返り活動に関して重要と目される研究知見は示されてはきた。しかし、上述のような課題も残されていた。それらの課題に対して一定の回答を与えることが本研究の目的であり、それらを再度、単純に定式化するならば、以下のようになるだろう。

- a) 「問題群」「ふり返りの機能を促す発問」「個」を変数とし、インタビュー等の方法論を使って、ふり返り活動の具体的様相を明らかにすること
- b) a)の研究結果を踏まえ、ふり返り活動の指導について検討すること

3. 研究の方法

まず、文献調査等により、新たな調査問題の発掘・選定を行うことにする。ただし、調査問題の選定にあたっては、ふり返り活動を助長し得る問題の特性について分析し、調査問題選定の基準について検討をしておく必要があるため、そうした作業を行う。

さらに、選定された問題に対して、ふり返りの機能を意識したふり返り活動を促す発問を構想するが、具体的には、構造化されたインタビューによる調査を想定して、インタビュー・スクリプトを構成する形で発問を構成する。これらの作業は、研究代表者と分担者の協同で行うことにする。

基本的には、これらのプロセスで構成された問題を用いてインタビュー調査を行うが、それらは愛知と福岡の両地域で独立して行うこととする。なお、それらの分析に関しては研究代表者と分担者の共同で行うことにする。さらに、両調査に関して得られた結果については、逐次、成果発表を行うことにする。

以上で得られた研究結果を踏まえ、我が国での問題解決的な授業におけるふり返り指導の方向性などについて検討する。

4. 研究成果

- (1) 数学的問題解決研究や本研究に関わる

先行研究でも採用されてきた「電話線問題」を検討し、ふり返し活動を助長し得る問題の一般的特性について検討した。

まず、最も基本的な特性は、解決者の問題解決のレベルに鑑みて多様な解法を導き得るか否かであり、次に、それらの多様な解法の間には、何らかの数学的なアイデアを含むか否かにより、またより洗練されているか否か等の何らかの数学的価値基準により、序列がつけられるか否かであることが指摘された。「電話線問題」に関しては、過去の実験における生徒の解法データを類型化し、それらを「解法の進展」にかかわる観点から序列化できている。「電話線問題」における序列化については、解法の一般性（一般化可能性）・方法への思考対象の移行・素朴な系統的数え上げからの脱却・系統性の有無、という比較的一般性のある基準で序列化できたため、本研究の調査問題を開発する際に参考にすべき基準とすることにした。これらの議論については、雑誌論文③に詳述されている。

なお、後述の(2)の実験で用いられた「じゃんけん問題」については、こうした特性を有すると判断され、インタビュー調査でも用いられることとなった。実際の解法の類型と序列化に関しては、この問題を使ってペーパーテスト形式で行われた実験の結果を分析した雑誌論文②において詳述されている。

(2) 本研究に先立って「じゃんけん問題」を使って行われたペーパーテスト形式の調査データがあり、その分析を行った。ここでは、上述のふり返りの機能(a), (b), (f)に対応する発問を処遇する3つの実験群とそうした発問を処遇しない対照群を設け、中学校3年生を対象に実験が行われた。

まず、単純な正答率に関しては、ふり返りの発問が実験群と統制群における有意な差を生み出すことはなかった。また、解法の進展に関しては、3実験群全体と統制群において、5%水準での統計的有意差を生み出すまでには至らなかったが、有意傾向は見出すことができた。なお、統制群においては、最も素朴な解法を維持しようとする傾向があることが示唆された。

また、個別実験群におけるふり返し活動の様相を調査用紙を実際に分析して調査した。その結果、本研究グループでの先行研究の結果と同様に、その発問が意図するふり返りの機能に対応した活動が観察され、特に(b), (f)の発問を処遇した実験群においては、そうしたふり返し活動が解法の進展を促している様相が確認された。

ここでの具体的な実験方法や結果の分析及び議論については、雑誌論文②に詳述されている

(3) 「じゃんけん問題」を題材としたインタビュー形式の調査を「被験者の解法に応じたふり返りの指示を行う」という方法で実施し、「ふり返し活動」が生起する場面や「ふり返し活動」が解法の進展に寄与している様相について事例的に検討した。

そこでの主要な結果は、i)問題解決中ではなく、問題解決終了後のふり返し活動によって、解法が進展した事例が見いだされたこと、ii)より発展的な問題の解決中に、前に解決した問題をふり返し、それが解決の進展や問題場面の理解に寄与したという事例が見いだされたこと、iii)ふり返し活動が生起する契機として、「他者による直接的指示」「発展的な状況」に加えて、「見通しと結果の齟齬」「複数の解答や解法の整合性の確認」が想定されることを事例的に明らかにしたこと、という3点であった。

これらの分析及び議論の詳細については、学会発表①で発表され、雑誌論文①としてまとめられた。

(4) 本研究グループにおけるこれまでの研究結果や本研究における研究成果を踏まえ、問題解決的な授業におけるふり返りの指導について検討を行った。

ここでは、まず、上記(1)の成果を踏まえ問題の選定に関わって、i)解決者の問題解決のレベルに鑑みて多様な解法を導き得るか否か、ii)それらの多様な解法の間には、何らかの数学的なアイデアを含むか否かにより、また、より洗練されているか否か等の何らかの数学的価値基準により、序列がつけられるか否か、iii)いくつかの解法群に「解決方法に思考対象が移行しているか否か」という観点から見てレベルを設けることができるか、という評価の観点を指摘した。

次に、上記(a)～(f)のふり返りの機能を意識した発問の必要性を、解法の進展という観点で見れば、ふり返りの機能を意識した発問は一定の効果をもつ、という上記(2)(3)の成果からも改めて指摘した。

さらに、同構造だが難易度が異なる一連の問題を解決する場面設定をすること、特に、自力解決時の第1問目は課題変数を易しいものに変え、できるだけ多くの解決者の解決を導くようにし、第2問目を通常第1問目として想定されるような問題を与える方法に関して、上記(3)のii)やiii)の成果を踏まえて議論した。またここでは、問題に対する誤解や誤った表象構成を自ら正していくことの難しさや「ふり返し」活動の再帰的構造を踏まえて指導上の指示や発問を考慮することなども、指導の方向性及び留意点として指摘された。

5. 主な発表論文等

[雑誌論文] (計 3 件)

- ① 清水紀宏・山田篤史(2010). 「数学的問題解決におけるふり返し活動による解法の進展について ---「じゃんけん問題」の解決におけるふり返し活動の分析---」. 全国数学教育学会『数学教育学研究』, 第 16 卷, 第 1 号, 43-56. 査読有.
- ② 山田篤史・清水紀宏(2008). 「数学的問題解決における自己参照的活動に関する研究 (IX) ---「じゃんけん問題」解決終了後のふり返し活動による解法の進展について---」. 全国数学教育学会『数学教育学研究』, 第 14 卷, 31-40. 査読有.
- ③ 山田篤史・清水紀宏(2007). 「ふり返し活動を助長する問題としての「電話線問題」の分析」. 愛知教育大学数学教育学会誌『イプシロン』, vol. 49, 59-66. 査読無.
<http://hdl.handle.net/10424/1228>

[学会発表] (計 1 件)

- ① 清水紀宏・山田篤史(2009). 「数学的問題解決終了後のふり返し活動による解法の進展について: 「じゃんけん問題」の振り返し活動の問題解決過程の分析」. 全国数学教育学会第 30 回研究発表会(Jun.27-28, 東広島市:広島大学).

6. 研究組織

(1) 研究代表者

山田 篤史 (YAMADA ATSUSHI)
愛知教育大学・教育学部・准教授
研究者番号: 20273823

(2) 研究分担者

清水 紀宏 (SHIMIZU NORIHIRO)
福岡教育大学・教育学部・教授
研究者番号: 50284451