

平成 21年 5月 24日現在

研究種目：基礎研究 (C)
 研究期間：2007～2008
 課題番号：19500761
 研究課題名 (和文) 情報社会における、ビジュアライゼーションを活用する新世紀の
 数学教育の研究
 研究課題名 (英文) A study of the mathematics education of the new century to utilize
 visualization in the information-intensive society
 研究代表者
 山本 修一 (YAMAMOTO SHUICHI)
 日本大学・理工学部・教授
 研究者番号：90060219

研究成果の概要：

パソコン依存になった新世紀，ビジュアライゼーションを活用し，数学の公式や概念を視覚的に関連付けし，イメージ化させる新世紀の数学教育を研究し，論文または学会発表した．さらに，米国で定着している IT を活用した数学教育を視察し，我々の研究との整合性を検証するとともに，e-Learning への可能性を研究した．

交付額

(金額単位：円)

	直接経費	間接経費	合計
2007年度	1,400,000	420,000	1,820,000
2008年度	500,000	150,000	650,000
年度			
年度			
年度			
総計	1,900,000	570,000	2,470,000

研究分野：数学教育

科研費の分科・細目：科学教育・教育工学，科学教育

キーワード：数学教育，Visualization，Mathematica

1. 研究開始当初の背景

(1) 情報社会が到来し，あらゆるものがパソコン依存になってきている．新世紀において数学の有効性は IT を抜きには考えられない状況であり，教育面でも，“IT を活かす数学能力を育成する数学教育の必要性”，“コンピュータが数学的実在を示す時代になっている”などと警鐘が鳴らされている．

(2) 我々は，情報社会に適合できる数学教育を模索しながら，大学の現場で，パソコンと数式処理ソフト Mathematica を活用し，ビジュアライゼーションの教育的効果を検証しながら，数学教育におけるコンピュータの有効性の研究してきた．

2. 研究の目的

(1) パソコンを通し，数学的実在や動きを見せることで，数学の有用性をより実感させる研究をさらに推進させるとともに，それに伴う学生の理解度に関する研究を継続する．

(2) IT 利用の数学教育が定着している米国等の事情を把握して，現在までの教育方法に，ビジュアライゼーションの活用を融合させた新世紀の新しい数学教育を研究する．

(3) 日本における高等教育の現状（学力の多様化など）を鑑み，高大連携を視野に入れながら，ビジュアライゼーションを活用した，わかりやすい教授法を高等学校や専門学校に適用し，研究の広がりを目指す．

3. 研究の方法

研究代表者は、高大連携教育・大学初年次教育に視点をおき、研究分担者（平成20年度からは連携研究者に変更）は、教員養成に視点をおいて、その研究を分担しながら、計算力で育成される数学的能力、思考することで育成される数学的能力、ビジュアライゼーションによって育成される数学的能力を総合的に検証し、新世紀の数学教育のあり方を研究する。研究の統括は、代表者の山本が行う。詳細は以下の通り。

- (1) 研究代表者が従来から継続してきた授業と研究分担者と共同で実践している、遠隔地授業を継続しながら調査研究し、ビジュアライゼーションを取り入れた新カリキュラムを考案する。
- (2) コンピュータが明かす数学的実在の発掘と学生の理解度の研究を発展させる。
- (3) ホームページや web 教材の作成を念頭におき、e-Learning への応用を研究する。
- (4) 米国等で実施されている授業を実際に視察し、米国等先駆的な研究と我々の研究との整合性を図る。
- (5) 高大連携を視野に入れ、成果発表や情報交換を推進し、ビジュアライゼーションを取り込んだ数学の授業を発展させる。

4. 研究成果

(1) 研究代表者は、従来から研究してきた成果を推し進めて考察するとともにその成果を体系的に整理した。

① Mathematica を活用し、ビジュアライゼーションを取り入れた我々の指導法と教材を明らかにするとともに、学生にそれを適用した結果、既成の数学的性質とうまく関連付けができたかを検証した。検証のために用いたのは、従来から継続してきたアンケート調査であり、これら調査から学生の意識変化を分析し、数学教育という観点からその有効性と意義を明らかにし論文として公刊した。

「Mathematica を活用する数学教育—数学的性質の視覚的に関連付けられた理解の上—」, 日本大学理工学部一般教育教室彙報, 第 82 号, 15-25 (査読有り)

② 私学情報教育協会から同協会の機関誌「大学教育と情報」に、数学の事例紹介の執筆依頼を受けた。それを契機に、今までの研究を基礎にして、いくつかの教育事例を紹介しながら、マルチメディア活用の観点から、グラフやグラフを動かすアニメーションを見せて、既習の数学的性質をイメージ化させて指導することの意義を整理した。特に情報化社会においては、視覚的に関連付けが行われて知識の再構築がなされ、情報化社会に求められる新しい能力が培養される期待を込

め、事例紹介をした。

「マルチメディアを活用する大学数学の指導～情報化社会における新しい数学教育を目指して～」, 大学教育と情報, 第 16 巻, 15-17

(2) 研究代表者は、2007 年 10 月に米国で開催された「ウルフラム技術国際会議」に参加し、米国における Mathematica を活用する授業の実情を調査研究した。また、イリノイ大学を訪問し、そこで長年カリキュラムとして実施されている先駆的な授業 Calculus & Mathematica を視察することができた。カリキュラムのあり方を学んだだけでなく、その教授内容の中に、「リテラシー」という項目が含まれていたことにショックを受けた。これは、今、日本で議論され始めた数学的リテラシーに結びつき、構築すべき重要なテーマだからである。この授業は、現在 NetMath という e-Learning に結びつき、世界に向けて開かれているだけでなく、高大連携にも大きく貢献している実態も確認できた。

また、2008 年 11 月に、台北で開催された「計算機の教育活用」に関する国際会議に参加した。そこで「Wise」という全米科学財団が支援している、ウェブベースの科学学習システムが紹介された。多くの教員が自由に参加できるように運営されており、我々の研究をどのような e-Learning の構築に結びつけるかという観点からも、興味ある示唆を得ることができた。

これらの調査研究から得られた知見は、以下の研究に発展させている。

① 研究代表者は、従来から継続して実施している授業「Mathematica で数学を学ぶ」（後期 2 単位）において、平成 20 年度から、計算ではなく、パソコンのスクリーンだけを見て、数学的な思考ができるような演習問題を取り入れた。以下はイリノイ大学で実施している授業 Calculus & Mathematica の内容から、ヒントを得て作成した問題である。

問題：下記の図 1 に、ある関数とその導関数が描かれている、どちらが導関数かを、理由を述べて答よ

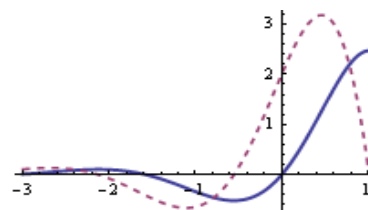


図 1

解答しようとする、グラフの式を読み取るのは難しく、導関数の計算ではなく導関数の概念を利用しなければ解けない。計算から導く「Procedural understanding」と対比して、この種の問題が解けるように、導関数を理解させることを「Conceptual understanding」と呼ばれている。後者のような数学理解は、新世紀の数学教育では重要である。

一方で、現在まで培われてきた教育にビジュアルライゼーションの活用を融合させる、新世紀型カリキュラムの研究には、ビジュアルライゼーションの活用によって、培われる能力をどう評価するか、という課題も出てきた。

この発展的研究の一部と、2007年の米国視察の報告を合わせて、下記のように私立大学情報教育協会で発表した。

2008年度「微積分を視覚的に学ぶことで期待される効果について」、教育改革IT戦略大会、9月（同協会ホームページ、20年度オンデマンド配信、数学、情報戦略大会 E-12, 2008）

② 高大連携を視野に入れた、e-Learning および、ウェブベースの教育プログラムの研究の一貫として、研究成果の一部を下記のウェブ上に、MathematicaSchool として公開し、誰でも学習できる環境を構築した。

<http://www.penta.ge.cst.nihon-u.ac.jp/~syama/Links/MathematicaSchool.html>

③ 基礎教育で学ぶ数学と、専門教育で期待される、使う数学の間に大きな教育的課題が山積している。本研究を日本大学理工学部情報教育センターの（重点開発）研究と、リンクさせ、これまであまり研究されてこなかった数学と工学の橋渡しとなる教育研究、例えば、微分法と画像処理の関係をわかりやすくする教育研究など、ウェブベースの工学教育学習システムの構築を目指し、新研究に発展させている。

(3) 研究代表者と研究分担者は、共同研究として継続的に実施している遠隔授業を、2007年と2008年に、香川大学教育学部で実施した。特に、2008年度は、Mathematica のアップグレードに伴って、新設されたコマンド Manipulate を多用する授業展開になった。これらの共同研究において得られた成果を、以下のように数学教育学会で発表した。

2007年度、「ビジュアルライゼーションを活用した三角関数の指導」、9月、東北大学（数学教育学会誌 2007年度秋季例会発表論文集、19-21）

2008年度、「ビジュアルライゼーションを活用した多項式関数の指導」、9月、東京工業大学（数学教育学会誌 2008年度秋季例会発表論文集、19-21）

この研究の成果を、研究代表者のホームページ MathematicaSchool に公開し、授業に応用できるようにしている。

一方、研究分担者は、教員養成の視点から、藤田和憲氏、松本啓資氏との共同研究として、Visual Basic で作成した平面図形の描画ツールを初等幾何の研究

（三角形における垂足三角形の垂心の描く平面代数曲線の研究、

三角形の等角共役点の描く平面代数曲線の研究、

三角形の等距離共役点の描く平面代数曲線の研究、および

三角形の内接楕円および傍接楕円の研究）に活用し、いくつかの発見をした。その結果をソフト Mathematica を使って検証し、香川大学教育学部研究報告に、以下の論文4編にまとめ、公刊した。

① Plane Algebraic Curves Drawn by the Orthocenter of a Pedal Triangle – Applications of a Drawing Tool and Mathematica –, Vol157, No2, 51-72, 2007

② Plane Algebraic Curves Drawn by the Isogonal Conjugate for a Triangle – Applications of a Drawing Tool and Mathematica –, Vol158, No1, 1-14, 2008

③ Plane Algebraic Curves Drawn by the Isotomic Conjugate for a Triangle – Applications of a Drawing Tool and Mathematica –, Vol158, No2, 31-45, 2008

④ On Inscribed and Escribed Ellipses of a Triangle, Vol159, No1, 1-10, 2009

(4) 高大連携を視野に入れ、ビジュアルライゼーションを活用する数学教育の意義を、学会発表するとともに、我々の研究の広がりを目指した。

① 数学教育は、科学教育全体の中でとらえる問題である。研究代表者は、我々の研究の意義を広く明らかにするために、日本科学教育学会で以下の発表した。

2007年度、「視覚的な関連付けにおいて理解する微分積分学の授業」、8月、北海道大学（日本科学教育学会年会論文集 31, 99-100）

② 研究代表者は、数式処理学会に、2008年度新しく設立された教育分科会において、数学教育における、コンピュータの有用性を示すべく以下の発表をした。今年に入って同

学会に Mathematica 分科会が、新しく設立されなど、会員のなかには、Mathematica の数学教育への活用に興味ある高校・専門学校教員が含まれる。今回発表したことで、情報交換もでき、さらに、高校数学の内容を含めた高大連携の視点から、研究環境作りへ第一歩を進めることができた。

2008 年度、「ビジュアルライゼーションを活用する数学教育の試み」、11 月（城西大学）
（数式処理 Bulletin of JSSAC に掲載決定）

5. 主な発表論文等

（研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線）

〔雑誌論文〕（計 8 件）

- ① 山本修一，ビジュアルライゼーションを活用する数学教育の試み，数式処理 Bulletin of JSSAC, Vol. 17, 2009（予定），査読無
- ② K. Matsumoto, K. Fujita and H. Fukaishi, Plane Algebraic Curves Drawn by the Isotomic Conjugate for a Triangle – Applications of a Drawing Tool and Mathematica –, Memoirs of the Faculty of Education, Kagawa University II, Vol. 58, No. 2, 31-45, 2008, 査読無
- ③ 山本修一，Mathematica を活用する数学教育－数学的性質の視覚的に関連付けられた理解の上にも，日本大学理工学部一般教育教室彙報，第 82 号，15－25，2007，査読有
- ④ 山本修一，マルチメディアを活用する大学数学の指導～情報化社会における新しい数学教育を目指して～，大学教育と情報，Vol. 16, No. 1, 15-17, 2007, 査読無

〔学会発表〕（計 3 件）

- ① 山本修一，深石博夫，ビジュアルライゼーションを活用した三角関数の指導，数学教育学会，平成 20 年，9 月 25 日，東京工業大学
- ② 山本修一，深石博夫，ビジュアルライゼーションを活用した三角関数の指導，数学教育学会，平成 19 年，9 月 22 日，東北大学
- ③ 山本修一，視覚的な関連付けにおいて理解する微分積分学の授業，日本科学教育学会，平成 19 年，8 月 17 日，北海道大学

〔その他〕

- ① 私立大学情報協会が立ち上げた Blog（CCC 数学グループ運営委員会）の投稿者に選定されており，下記のような投稿をした。

山本修一，ビジュアルライゼーションを活用する数学のイメージ化について

[\(http://netconf.juce.jp/math/\)](http://netconf.juce.jp/math/)

6. 研究組織

(1) 研究代表者

山本 修一 (YAMAMOTO SHUIHI)

日本大学・理工学部・教授

研究者番号：90060219

(2) 研究分担者（2008 年度から連携研究者に変更）

深石 博夫 (FUKAISHI HIROO)

香川大学・教育学部・教授

研究者番号：30036024