

平成21年5月25日現在

研究種目：基盤研究（C）

研究期間：2007～2008

課題番号：19530179

研究課題名（和文） 確率場で表される計量経済モデルの停止時を用いた推測

研究課題名（英文） Inference based on stopping times for econometric models represented by random fields

研究代表者

永井 圭二 (NAGAI KEIJI)

横浜国立大学・大学院国際社会科学部・教授

研究者番号：50311866

研究成果の概要：本研究では停止時刻を用いた統計的推測の理論についての研究を行い、応用としてオンラインモニタリングへの適用を考えた。特に、(1) 経済時系列が定常的であるか爆発的であるかのモニタリング、(2) 金融資産価格のリスク管理に用いることができる変動性のオンライン推定方法、(3) ベンチャー企業の倒産、合併、上場のオンラインモニタリングについて考察した。

交付額

(金額単位：円)

	直接経費	間接経費	合計
2007年度	1,400,000	420,000	1,820,000
2008年度	700,000	210,000	910,000
年度			
年度			
年度			
総計	2,100,000	630,000	2,730,000

研究分野：社会科学

科研費の分科・細目：経済学・経済統計学

キーワード：計量経済学、ファイナンス、停止時刻、オンラインリスク管理、逐次統計学

## 1. 研究開始当初の背景

本研究では確率場で表される計量経済モデルの停止時を用いた推測について考察し、具体的な研究のテーマは次の3つを掲げた。

- (1) 時系列の単位根のモニタリング問題
- (2) 金融資産価格の多次元ボラティリティのノンパラメトリック推定
- (3) 実時間を導入したベンチャー企業の多変量生存時間分析

停止時を用いた統計的推測の方法は、統計的逐次解析理論とよばれ、

A. Wald, *Sequential Analysis*, Dover (1947)

から始まったが、その実用的側面は、データの観測が現実の時刻の推移とともに徐々になされていく場合、適切な時刻でサンプリングをいったんやめて、推測を行うという場合に役立つというところにある。この際のサンプリングをいったんやめ推測を行う時刻がランダムな停止時となる。通常の経済モデルの統計的推論では、過去のデータが与えられている場合か、アンケート調査のようにいっせいにデータが得られるといった場合で、停

止時が推測に用いられることはない。よって、オンラインで観測過程をモニタリングしている状況において、停止時を用いた推測に意味がある。本研究では上記の3つの問題で、(1)パネル時系列、(2)金融資産価格、(3)ベンチャー企業の起業・倒産・上場、のそれぞれをオンラインで観測する状況を考え、停止時を用いた統計的推測を考察する。

停止時を用いる統計的推論を行うことで計量経済学者が償うコストは2つあり、一つは個体からあらたな観測値を得ることによるものでサンプリングコストと呼ばれ、もう一つは通常の統計的推論の部分から生じる統計的リスク(平均二乗誤差、第1種・2種の誤りなど)である。サンプリングコストに重点をおいた場合、停止時の期待値(それは各期で1つの観測を得る場合期待標本数に等しい)がそのコストを表し、その評価が重要となるが、

M. Woodroffe, *Nonlinear Renewal Theory in Sequential Analysis*, SIAM, (1982)

等の研究により精密な計算方法が得られている。研究代表者による研究業績

"Nonlinear renewal theorems for random walks with perturbations of intermediate order", *IMS Lecture Notes-Monograph Series Recent Developments in Nonparametric Inference and Probability*, Vol. 50, 2006, 164-175

もその観点から書かれたものであり、ノンパラメトリックな逐次検定および変化点探索に応用できる。停止時の期待値(期待標本数)は医療統計の治験の際のように非常にサンプリングコストが高い場合に重要な意味を持つ。しかしながら、通常の経済データは、経済活動の副産物として自動的に蓄積されていくので、サンプリングコストより統計的リスクが相対的に重要であると考えられる。Wald 以来の伝統的な逐次解析の手法は、サンプリングコストを制御することをまず念頭において最適な推定・検定方法を模索したが、本研究では統計的リスクを制御した逐次的手法の嚆矢

Lai, T. L. and Siegmund, D. Fixed accuracy estimation of an autoregressive parameter. *Ann. Statist.*, 11, no. 2, 478-485, 1983.

をまず検定問題に拡張することから始める。現実の経済政策や金融資産のポートフォリオ構築といった問題は、経済時系列のオンラインモニタリングをもとに行われるので、停止時を用いた逐次解析の手法が応用できる

領域であると考えられる。それらの問題ではサンプリングコストを制御する逐次解析の手法より、統計的リスクを制御した逐次解析の手法を用いることが重要となる。たとえば大きな経済政策の変更後、金利や為替といった観測過程をオンラインでモニタリングする場合に、政策担当者にとっては単位根を持つかどうかできるだけ早く知りたいであろうが、政策当局は少ないサンプルサイズのもとで第1種・第2種の誤りを犯すより、有意な検定結果が出せるまで十分サンプリングをして結論を出すであろう。この場合はサンプリングコストより第1種・第2種の誤りにより引き起こされる誤った経済政策の方がより甚大な影響を及ぼすと考えられるからである。

## 2. 研究の目的

本研究では、Lai and Siegmund の逐次推定の方法を、パネル時系列の単位根検定の問題に拡張することから始める。本研究代表者は、京都工芸繊維大学の人見光太郎助教授と、京都大学経済研究所の西山慶彦教授との共同研究で、学科発表②、③、および⑤により、Lai and Siegmund の逐次推定の方法が一変量時系列の単位根検定の問題に適用できることを示し、その漸近理論を展開した。その理論のモチベーションは以下のようなものである。

たとえば定数項のない自己回帰モデルで、通常の Dickey=Fuller 検定により単位根検定を行った場合、検定のサイズは比較的少ない標本数で有意水準に近づくが、それに比べて検定のパワーが十分になるには相当大きな標本数を必要とする。この事実は Dickey=Fuller 検定を用いてオンラインで単位根をモニタリングする場合に決定的な欠点となる。すなわち、比較的少ない標本数で推論を行った場合、単位根が真であれば、検定は信用できるが、定常性が真であれば検定はあまり信用できない。従って、少ない標本数で推論を行うことは第二種の誤りを犯す確率が高いので計量経済学者は躊躇する。そこで、研究業績③では、第一に、単純に Lai and Siegmund の方法をオンラインの単位根検定に適用した。そこで得た注目すべき結果は Lai and Siegmund の停止時を用いた検定は、単位根が真の時、少ないサンプル数で停止し有意水準通りのサイズを示し、対立仮説が真の場合は検出力が十分に大きくなるまでサンプリングを続けるというところにある。その意味で、通常の Dickey=Fuller 検定をオンラインの問題に適用するより、停止時を用いた検定はパワーが十分あって、サイズは少ないサンプル数の Dickey=Fuller 検定と同等だけ持つということになる。つまり、停止時を用いた検定は仮説にあわせて標本数を変え

るので、必要な標本数だけを用いて有意な結果を見いだすということがわかる。また③では、検定統計量と停止時の同時極限分布がブラウン運動と次元3/2のベッセル過程で表されることを見いだし、同時分布を用いた検定を提唱している。

本研究では、この(1)単位根検定の問題と同様な方法で、離散確率過程を様々な連続型拡散過程で近似させる問題を考え、停止時を用いた推定・検定の問題として研究する。まず、(2)のボラティリティの推定問題であるが、学会報告④では、非同期観測される多次元伊藤過程のボラティリティの推定問題に拡散近似の手法を応用する。限定的なモデルではあるがセミマルチンゲールの局所時間を用いた推定方法が適用可能であることを確認している。また(3)については、学会報告①において、医学統計で用いられている多重強度モデルの分析手法を、実時間に置き換え新たな統計的モデルを考察し、起業、上場、倒産といった実時間で計られた停止時についての推測の問題について考察している。そこではベンチャー企業の上場や倒産といったモニタリングについて考察している。

本研究の独創性および予想される結果と意義については、以下のようなものが考えられる。現実の経済政策、金融資産のポートフォリオ構築、倒産分析といった問題は、経済時系列のオンラインモニタリングをもとに行われるので、停止時を用いた逐次解析の手法が応用できる領域であると考えられる。それらの問題ではサンプリングコストを制御する従来の逐次解析の手法より、統計的リスクを制御した逐次解析の手法を用いることが重要となる。たとえば大きな経済政策の変更後、金利や為替といった観測過程をオンラインでモニタリングする場合に、単位根を持つかどうかできるだけ早く知りたいわけであるが、経済政策当局は少ないサンプルサイズのもとで第1種・第2種の誤りを犯すより、有意な検定結果が出せるまで十分サンプリングをして結論を出すであろう。この場合はサンプリングコストより第1種・第2種の誤りにより引き起こされる、誤った経済政策の方がより甚大な影響を及ぼすと考えられるからである。しかし従来の単位根検定の手法では第2種の誤りをおそれるため適切な判断が遅れる可能性が高い。したがって、停止時を用いた推定・検定方法がより有用性が高いと考えられる。また上場・倒産のモニタリングの問題でも、統計的リスクを小さくすることがまず計量経済学者として考慮すべき点で、その上で必要な標本数を確保した上で適切な統計的意志決定を行う必要がある。この点で本研究は、広い範囲のモニタリング問題において、必要最小限な標本数を用いて統計的リスクをできるかぎり最小にするよう

な停止時を使い、統計的推測を行うという一般的な枠組みを提案しているという観点で独創的であると考えている。

### 3. 研究の方法

本研究の初年度はまず確率過程と数理統計学の理論研究を行い、平行してモデルのシミュレーションおよび予備的な実証研究を行った。

離散時刻で観測されるパネル時系列、金融資産価格、デュアレションといった確率過程の連続時間過程への近似について調べるため、確率過程の分野のなかで、弱収束の理論、確率解析、マルコフ過程、計数過程、および確率場の理論を研究する。離散時間過程を拡散過程などの連続時間過程に近似する際、弱収束の理論とくに空間 $D$ (右連続で左極限を持つ関数の空間)上の弱収束理論は応用上非常に重要である。また伊藤、國田、渡辺の確率積分と確率解析は、統計学的観点からは、時系列解析で用いられる Dickey-Fuller 検定のように検定統計量の極限が確率積分で表されるためきわめて重要であり、またその分布を計算するためにブラウン運動の汎関数で表される確率過程の解析が重要となってくる。特に停止時を使った統計的推測の場合の極限統計量は連続セミマルチンゲールの汎関数として表され、その確率分布を数値的に計算し応用上利用可能なものにする必要があるとなってくる。学会報告②では Dambis, Dubins and Schwartz のブラウン運動(DDS ブラウン運動)を用いて、連続セミマルチンゲールを DDS ブラウン運動であらわし、停止時の極限過程がベッセル過程で表されることを示しているが、DDS ブラウン運動、Girsanov の定理、ベッセル過程は極限過程の分布を求める際に重要であることが理解される。

またブラウン運動およびセミマルチンゲールの局所時間についても離散観測による連続時間の拡散過程の推定問題に適用できる鍵となるので研究を行った。

数理統計の分野の研究については、まずパネル時系列理論について研究した。また、セミパラメトリック推測の漸近的有効性の理論、計数過程を用いた生存時間分析、および変化点探索を重点的に研究を行った。生存時間理論についてはベンチャーの上場・倒産モデルに利用するため、条件付きハザードモデルに適用できるタイプのモデルの研究する予定であった。また計数過程を用いた生存時間分析はセミパラメトリックな条件つきハザードの推定方法を確立するために研究を行った。

またシミュレーションについては、ハザード推定量の漸近的性質についてのシミュレーションを行った。実時間を導入した多重強度

モデルを起業、倒産、上場に想定し、推論を行った。

#### 4. 研究成果

本研究では確率場で表される計量経済モデルの停止時を用いた推測について考察した。具体的な研究テーマは次の3つである。(1) 時系列の単位根のモニタリング問題、(2) 金融資産価格のボラティリティのノンパラメトリック推定、(3) 実時間を導入したベンチャー企業の多変量生存時間分析。停止時を用いた統計的推測の方法は、統計的逐次解析理論とよばれ、その実用的意味は、データの観測が現実の時刻の推移とともに徐々になされていく場合、適切な時刻でサンプリングをいったんやめ、推測を行うというところにある。通常の経済モデルの統計的推論では、過去のデータがすでに与えられている場合か、横断面のデータがいつせいにデータが得られるといった場合で、停止時が推測に用いられることはない。しかしながら、経済モデルの解析でも時系列やパネル分析においては、オンラインで観測過程をモニタリングしている状況を想定する場合、停止時を用いた推測に意義があると考えられる。本研究では上記の3つの問題で、(1) 経済時系列、(2) 金融資産価格、(3) ベンチャー企業の生存時間、のそれぞれをオンラインで観測する状況を考え、停止時を用いた統計的推測を考察した。

19年度においては特に(1)と(2)について実績を残した。(1)については”Sequential Unit Root Test”と題して、いくつかの国内外の学会にて報告を行った。また(2)についても国内学会での報告を行い、また海外査読雑誌に掲載が決定した。

20年度においては特に(1)と(3)について実績を残した。(1)については学会報告② “Asymptotics of sequential tests for some Markov chains via convergence to diffusion” と題しての国際学会にて報告を行った。そこでは自己回帰過程の単位根の逐次検定の問題を広く一般化し、離散時間マルコフ連鎖の拡散近似によって広く扱うことができるモデルを想定し、逐次検定の問題を取り扱った。また(3)についても国内学会で(学会報告①)、“Prediction of failure and IPO of ventures in multiplicative intensity model with time varying covariates” と題して報告を行った。そこでは、日本の製造業および情報通信業に属するベンチャー企業の倒産、上場、合併のデータに基づき、実時間を応答変数とする競合リスクモデルを構築したうえ、セミパラメトリック推定手法を用い、ベンチャー企業倒産、上場時刻についてのオンラインリスク管理の手法を研究した。

#### 5. 主な発表論文等

[雑誌論文] (計1件)

- ① Hoshikawa, T., T. Kanatani, K. Nagai, and Y. Nishiyama, “Nonparametric Estimation Methods of Integrated Multivariate Volatilities”, *Econometric Reviews*, 27:1, 112-138, (2008), 査読有

[学会発表] (計5件)

- ① Nagai, K., and Z. Song, “Prediction of failure and IPO of ventures in multiplicative intensity model with time varying covariates” 関西計量経済学研究会, 平成21年1月10日、神戸大学
- ② Nagai, K., K. Hitomi, and Y. Nishiyama, “Asymptotics of sequential tests for some Markov chains via convergence to diffusion”, *Recent Developments in Statistics and Econometrics in Honor of H. Akaike*, H20.11.06, Shiran-kaikan, Kyoto University
- ③ 永井圭二、人見光太郎、西山慶彦、「単位根と分岐過程のcriticalityの逐次検定」、日本統計学会、2008年3月1日、成城大学
- ④ 永井圭二、宋明子, “Nonparametric Estimation of Multivariate Volatilities for Non-synchronous Observations”, 日本統計関連学会連合大会, 2007年9月8日, 神戸大学
- ⑤ Nagai, K., K. Hitomi, and Y. Nishiyama, “Sequential Unit Root Test”, *Russian-Japan Workshop Complex Stochastic Models: Asymptotics and Applications*, 2006/6/4, Steklov Institute, Moscow, Russia

#### 6. 研究組織

(1) 研究代表者

永井 圭二 (NAGAI KEIJI)  
横浜国立大学・経済学部・教授  
研究者番号: 50311866

(2) 研究分担者

(3) 連携研究者