

平成22年4月8日現在

研究種目：基盤研究（C）  
 研究期間：2007～2009  
 課題番号：19530816  
 研究課題名（和文） 数学理解の2軸過程モデルに基づく数学科授業改善に関する実践的研究  
 研究課題名（英文） PRACTICAL RESEARCH ON IMPROVING SECONDARY SCHOOL MATHEMATICS LESSONS  
 BASED ON THE TWO-AXES PROCESS MODEL OF UNDERSTANDING MATHEMATICS  
 研究代表者  
 小山 正孝（KOYAMA MASATAKA）  
 広島大学・大学院教育学研究科・教授  
 研究者番号：30186837

研究成果の概要（和文）：本研究の主要な研究成果は、次の2つである。

(1) 数学理解の2軸過程モデルを具体化し、中学校・高等学校の数学科授業改善により役立つものにすることができ、2軸過程モデルに基づく数学科授業構成の原理と方法が妥当かつ有効であることが明らかになった。

(2) 各々の学校・教員・生徒の実態に即して、数学科授業改善の原理と方法を用いて、「授業研究」という手法によって数学科授業を継続的に改善していくことが、数学科教員の資質向上と生徒の数学理解の深化につながるという示唆が得られた。

研究成果の概要（英文）：Two main results of this research are the followings.

(1) The two-axes process model of understanding mathematics can be embodied and used for improving secondary school mathematics lessons. The principles and methods based on the model can be used as the effective guidelines for designing and improving mathematics lessons.

(2) The long-going and intensive implementation of “lesson study” with teachers according to a real situation in each school can be an effective way to enhance secondary school teachers’ abilities and deepen students’ understanding of mathematical concepts, properties and relations.

交付決定額

(金額単位：円)

	直接経費	間接経費	合計
2007年度	1,100,000	330,000	1,430,000
2008年度	1,000,000	300,000	1,300,000
2009年度	1,100,000	330,000	1,430,000
年度			
年度			
総計	3,200,000	960,000	4,160,000

研究分野：社会科学

科研費の分科・細目：教育学・教科教育学

キーワード：数学理解、2軸過程モデル、数学科教育、授業改善、実践的研究、現職教育、教員養成

## 科学研究費補助金研究成果報告書

## 1. 研究開始当初の背景

数学理解に関する研究は算数・数学教育における主要な研究テーマの1つであり、これまで国外・国内においてその重要性が認識され、研究されてきている。例えば、国外ではSkemp(1982)、Herscovics & Bergeron(1988)、Pirie & Kieren(1994)などの数学理解のモデルの研究、国内では平林(1987)、中原(1995)、岡崎(1997)、藤井(2000)などの数学理解に関する研究がある。しかしながら、算数・数学教育におけるこれまでの数学理解に関する研究では、記述的特性だけでなく規範的特性をも兼ね備えた数学理解の過程モデルを構築し、数学理解の研究を算数・数学科の授業構成と結びつけることが重要な研究課題として残されていた。

また、国内の全国レベルの調査(国立教育政策研究所教育課程研究センター、2003)や県レベル(広島県教育委員会、2004)の結果から、児童・生徒が数学的概念や性質、原理・法則などを理解するとはどういうことか、どのようなメカニズムで理解が深化するかを明らかにするとともに、算数・数学科授業において児童・生徒が数学理解を広めたり深めたりするのを援助するために教師は何をどうすべきかを解明することが算数・数学教育実践の課題であった。研究の全体構想は、これら算数・数学教育の研究と実践の両面から要請される「数学理解」の解明という課題に取り組むことであった。

本研究の研究代表者の小山(2007)は、これまでの数学理解の過程に関する研究において、3つの階層的水準と3つの学習段階をそれぞれ縦軸と横軸にもつ「2軸過程モデル(two-axes process model)」を理論的に構築し、このモデルに基づく算数科の授業構成の原理と方法に関する研究を行ってきた。その結果、事例研究の成果として、教師が児童の数学理解を深化させる授業を構成し実践する際に、2軸過程モデルがその枠組みとして有効に機能し得るということが明らかになった。さらに、数学理解の2軸過程モデルに基づく算数科授業構成の原理と方法を用いた算数科の授業改善に関する実践的研究によって、その可能性が明らかになった。

## 2. 研究の目的

本研究では、こうした一連の研究成果をより発展させるために、小学校の算数科授業から中学校・高等学校における数学科授業に視点を移し、数学理解の2軸過程モデルに基づく数学科授業の改善の可能性を実践的研究によって明らかにすることを目的とした。

より具体的には、本研究では平成19年度から平成21年度までの3年間の研究期間内に、

以下のことを具体的な目的として研究を行った。

(1) 第1年次(平成19年度)には、2つの中学校と2つの高等学校において、校内研修や授業研究の機会に、中学校及び高等学校の教職経験年数の異なる複数の数学科教員を対象にして、数学理解の2軸過程モデル及びそれに基づく数学科の授業構成の原理と方法について理論的・実践的な研修を行う。

(2) 第2年次(平成20年度)には、各中学校及び高等学校において、この授業構成の原理と方法の妥当性・有効性を長期間の数学科の授業実践を通して検討するとともに、中学校及び高等学校における数学科の授業改善案を作成する。

(3) 第3年次(平成21年度)には、この数学科授業の改善案をもとに再び長期間の授業実践を行い、中学校及び高等学校における数学科教員の資質向上と生徒の数学理解の深化を評価する。

それによって、数学理解の2軸過程モデルに基づく数学科授業の改善の可能性を明らかにし、中学校及び高等学校の数学科教員養成及び現職教育のあり方と具体的な方策に対する示唆を得ることとした。

本研究の学術的な特色・独創的な点として、次の3点を挙げるができる。

① 数学教育における研究と実践の両面から要請される「数学理解」の解明という課題に取り組む、数学理解の研究を数学科の授業構成と結びつけること。

② 数学理解の2軸過程モデルに基づく数学科の授業改善の可能性を、中学校及び高等学校の複数の数学科教員が行う長期間の数学科授業実践を通して検証すること。

③ 中学校及び高等学校の数学科教員の資質向上と生徒の数学理解の深化を評価することによって、数学科教員養成及び現職教育のあり方と具体的な方策に対する示唆を得ること。

## 3. 研究の方法

上記の目的を達成するために、本研究では平成19年度から平成21年度までの3年間、以下のような研究の計画と方法によって研究を行うこととした。

## (1) 第1年次(平成19年度)

第1年次の平成19年度は、数学理解の2軸過程モデル及びそれに基づく数学科の授業構成の原理と方法について理論的・実践的な研修を行うことを具体的な目的として、以下のように行う。

① 文献解釈的・理論的研究による2軸過程モデルの具体化

② 2軸過程モデルに基づく数学科の授業構成の原理と方法についての研修

③数学科の授業における改善点の把握

④2軸過程モデルに基づく数学科の授業改善の原理と方法の構築

(2) 第2年次(平成20年度)

第2年次の平成20年度は、前年度に構築した授業改善の原理と方法の妥当性・有効性を長期間の数学科の授業実践を通して検討するとともに、授業改善案を作成することを目的として、以下のように行う。

①長期間の授業実践による2軸過程モデルに基づく授業改善の原理と方法の検討

②数学科の授業改善案の検討・作成

③2軸過程モデルに基づく数学科の授業改善の原理と方法の検証

(3) 第3年次(平成21年度)

第3年次の平成21年度は、前年度に作成した数学科の授業改善案をもとに再び長期間の授業実践を行い、中学校及び高等学校の数学科教員の資質向上と生徒の数学理解の深化を評価し、数学理解の2軸過程モデルに基づく数学科授業の改善の可能性を明らかにすることを目的として、以下のように行う。

①長期間の授業実践による2軸過程モデルに基づく授業改善の原理と方法の再検討

②数学科教員の資質向上と生徒の数学理解の評価及び数学教育への示唆の導出

以上のことを踏まえて、3年間の研究成果をまとめる。

#### 4. 研究成果

(1) 第1年次(平成19年度)

第1年次は、数学科授業改善の原理と方法を理論的に構築することを目的として、次のことを行った。

①数学理解や認識論に関する研究資料を収集したり、数学教育の認識論や中学校及び高等学校における数学科の教師教育についての先端的研究を行っている外国の研究機関を訪問して研究計画のレビューを受けたりした。また、中学校及び高等学校の数学科のカリキュラム分析や教材研究を行った。

②2つの中学校と2つの高等学校において、校内研修や授業研究の機会に、中学校と高等学校の教職経験年数の異なる複数の数学科教員を対象にして、数学理解の2軸過程モデル及びそれに基づく数学科の授業構成の原理と方法について理論的・実践的な研修を行った。

③2つの中学校と2つの高等学校における数学科授業の記録、数学科教員の教職経験や数学教育に対する意識の調査、生徒の数学理解度の調査等を行い、各中学校及び高等学校における現状及び数学科授業において改善すべき問題点を把握した。

その結果、以下のような大きく4つの研究

成果が得られた。

①数学教育認識論や数学科教師教育に関する文献解的・理論的研究、中学校・高等学校の数学科カリキュラム分析や教材研究を通して、数学理解の2軸過程モデルを具体化し、数学科授業改善により役立つものにする事ができた。

②2つの中学校と2つの高等学校における校内研修や数学科授業研究において、教職経験年数の異なる複数の数学科教員を対象に、数学理解の2軸過程モデルに基づく数学科授業構成の原理と方法について理論的・実践的な研修を行うことによって、その習得をある程度図ることができた。

③2つの中学校と2つの高等学校における数学科授業の記録、数学科教員の数学教育に対する意識調査、生徒の数学理解度の調査等を行うことによって、各中学校・高等学校における現状及び数学科授業において改善すべき問題点を明らかにすることができた。

④以上のことを踏まえて、2軸過程モデルに基づく数学科授業改善の原理と方法を理論的・実践的に考察・検討することによって、次年度以降の実践的研究の枠組みを構築することができた。

(2) 第2年次(平成20年度)

第2年次は、数学科授業改善の原理と方法の妥当性・有効性を長期間の授業実践を通して検証することを目的として、次のことを行った。

①2つの中学校と2つの高等学校において、長期間の数学科の授業実践を行い、前年度に構築した授業改善の原理と方法の妥当性や有効性を検討した。そして、2軸過程モデルに基づく数学科授業改善の原理と方法の精緻化を図った。

②2つの中学校と2つの高等学校における長期間の授業実践の分析・検討を行い、各学校の数学科教員と共同して、数学科の授業改善案を作成した。それによって、次年度に再度行う数学科の授業実践への準備をした。また、数学科教員の数学教育に対する意識の変容や生徒の数学理解の変容を調査した。

その結果、以下のような大きく4つの研究成果が得られた。

①数学理解や認識論に関する文献解的・理論的研究、中学校・高等学校の数学科カリキュラム分析や教材研究を通して、数学理解の2軸過程モデルを具体化し、中学校・高等学校の数学科授業改善により役立つものにする事ができた。

②2つの中学校と2つの高等学校における長期間の授業実践、数学科教員の数学教育に対する意識や生徒の数学理解の変容の調査を通して、2軸過程モデルに基づく数学科授業構成の原理と方法が妥当かつ有効であること

を、ある程度明らかにすることができた。

③2つの中学校と2つの高等学校における長期間の授業実践の分析・検討を踏まえ、各学校の数学科教員と共同して、学校・教員・生徒の実態に即した、数学科の授業改善案を作成することができた。

④数学理解の2軸過程モデルに基づく数学科授業改善の原理と方法の妥当性と有効性を検証し、次年度に行う中学校・高等学校の数学科教員の資質向上と生徒の数学理解の深化を評価するための実践的研究の枠組みを構築することができた。

### (3) 第3年次（平成21年度）

第3年次は、前年度に作成した数学科の授業改善案をもとに再び長期間の授業実践を行い、中学校及び高等学校の数学科教員の資質向上と生徒の数学理解の深化を評価し、数学理解の2軸過程モデルに基づく数学科授業の改善の可能性を明らかにすることを目的として、以下のことを行った。

①2つの中学校と2つの高等学校において、前年度に作成した数学科の授業改善案をもとに再び長期間の数学科の授業実践を行い、その分析・検討を通して、2軸過程モデルに基づく授業改善の原理と方法のさらなる精緻化を図った。

②2年間の長期的実践を通して、数学科教員の数学教育に対する意識の変容や生徒の数学理解の変容を調査した。そして、その結果を踏まえて、2軸過程モデルに基づく数学科の授業改善の可能性について検証するとともに、数学科教員養成や現職教師教育への示唆を導出した。

その結果、以下のような大きく3つの研究成果が得られた。

①数学理解や認識論に関する文献解的・理論的研究、中学校・高等学校の数学科カリキュラム分析や教材研究によって、数学理解の2軸過程モデルを具体化し、中学校・高等学校の数学科授業改善により役立つものにする事ができた。

②2つの中学校と2つの高等学校における長期間の授業実践、数学科教員の数学教育に対する意識や生徒の数学理解の変容を調査することによって、2軸過程モデルに基づく数学科授業構成の原理と方法が妥当かつ有効であることが明らかになった。

③数学科教員養成及び現職教育のあり方と具体的方策に対する示唆として、中学校・高等学校においては、個々の学校・教員・生徒の実態に即して、数学理解の2軸過程モデルを具体化し、2軸過程モデルに基づく数学科授業改善の原理と方法を用いて、「授業研究」という手法によって数学科授業を継続的に改善していくことが、数学科教員の資質向上と生徒の数学理解の深化につながり得るとい

ことを導出することができた。

これらの研究成果の意義と今後の展望について、次の3点を挙げる事ができる。

①これまでの研究成果の発展として、中学校及び高等学校における生徒の数学理解を深化させるための、数学理解の2軸過程モデルに基づく数学科授業改善の原理と方法を構築できたこと。

②中学校及び高等学校の数学科における教授・学習の質的向上につながったこと。

③国外・国内で行われている数学教育における理解研究及び教師教育研究の進展に寄与し得ると考えられること。

## 5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計5件)

- ① 小山正孝、これからの数学教育の動向と重視すべき点、全国数学教育学会誌、査読有、第16巻、2010、99-100
- ② 小山正孝、数学言語を用いて思考し表現する能力としての言語力の育成、日本数科教育学会誌、査読無、第31巻第4号、2009、39-42
- ③ 小山正孝、中学校数学科における「数と式」の学習指導の改善、日本数学教育学会誌数学教育、査読有、第90巻第9号、2008、21-30
- ④ Koyama Masataka、Need for Humanising Mathematics Education、Proceedings of the 31st PME Conference、査読有、Vol. 1、2007、25-28

[学会発表] (計4件)

- ① Mukai Keiko、Koyama Masataka、A Component for Promoting the Progress of Mathematical Understanding、第33回数学教育心理研究国際会議(PME33)、2009年7月20日、ギリシャ・テッサロニキ
- ② 小山正孝、数学言語を用いて思考し表現する能力としての言語力の育成、日本数科教育学第34回全国大会、2008年12月7日、宮崎市

## 6. 研究組織

### (1) 研究代表者

小山 正孝 (KOYAMA MASATAKA)  
広島大学・大学院教育学研究科・教授  
研究者番号：30186837

### (2) 研究分担者 0名

### (3) 連携研究者 0名