

研究種目：基盤研究（C）  
研究期間：2007～2010  
課題番号：19540006  
研究課題名（和文） 無限次元の代数群とリー環の研究、および物質科学・生命科学への応用  
研究課題名（英文） Study of infinite dimensional algebraic groups and Lie algebras, and applications to material science and life science  
研究代表者  
森田 純（MORITA JUN）  
筑波大学・大学院数理物質科学研究科・教授  
研究者番号：20166416

研究代表者の専門分野：数物系科学  
科研費の分科・細目：数学・代数学  
キーワード：群論

### 1. 研究計画の概要

無限次元の代数群とリー環の構造を解明し、特に単純性や分類について研究する。また、これら純粋理論の応用として、物質科学や生命科学に現われる配置・配列のもつ数学的な組合せの構造を調べる。

### 2. 研究の進捗状況

単純性に関しては新しい発見が得られ発展中である。有限体の場合に関しては既に議論がなされていたが、今回の研究で無限体に関しても、特定の設定の下では、単純性が導けることが判明した。これで、今まで滞っていた箇所に大きな光明が見えてきた。単純か非単純かが不明な状況が、設定次第では単純になるということが明らかになった点は大きい。分類に関しては概ね完成の域に達している。今までの研究で、コア部分は完全に決定が出来ていて、微分部分においても幾つか残されていた小さな問題点も全て解決して、あとは全体をスムーズに繋げる作業を行えば終わりの段階まできている。また、単純性と分類の研究を発展した形で、30年来の大きな問題であった「ムーディ予想」も解くことが出来たのは、大きな収穫であった。1次元準結晶や文字列への数学的応用を目指す基礎理論は既に完成し、代数的に堅固な理論として様々な応用に耐えられる形に整備されてきている。配置構造から代数構造を構築し、そこから表現論を展開して、その中から組み合わせ構造を抽出するという、代数学では常套手段である手続きが全て整備され、さらに最終段階で、その組み合わせ構造が最初の設定である配置構造を完全に決定してしまうという理想的な（リ）サイクルの存在が解明

された。記号力学系やDNA文字列への応用は新しい不変量の構成へと順調に進んでいる。与えられた配置に対して、群、リー環、多元環、標準加群、組み合わせ構造と全て不変量になるが、それでは代数が専門でない限り一般には非常に見えにくい。そこで工夫を凝らして数値化を試みた結果、スペクトルの様な実数値の組として表示することも可能となり、またそれらを普遍的に変形して冪級数の形で表示することが可能な仕組みも開発された。さらに、その級数の係数が有理数になるという性質が、オートマトンの基本的な性質と結びつくことも判明し、これは全く予想を超える研究成果である。

### 3. 現在までの達成度

②おおむね順調に進展している。

（理由）

第1項目の単純性の研究では、理論的に新たな単純群が見つかったので、達成度は②の「おおむね順調に進展している」である。第2項目の分類理論では、分類の完成が確実にまとめの作業に入っているのだから目的はほぼ達成であり、応用として無限次元のリー代数と自己同型群に関する長年の予想が証明できたので、達成度は①の「当初の計画以上に進展している」である。第3項目の基礎理論の構築に関しては、1次元準結晶・タイル張り理論への代数的・組合せ理論的な応用の基礎が完成したので、達成度は②「おおむね順調に進展している」である。第4項目の応用研究では、文字列等への不変量から、全く新たな特徴づけが得られたので、達成度は①の「当初の計画以上に進展している」である。以上、細かな4項目から成り立っているが、

いずれも達成、概ね達成という状況であり、また予想を超えた研究成果も得られている。

#### 4. 今後の研究の推進方策

今の所、大きな問題点は見つかっていないので、あと1年で予定通り研究を進めれば、想定していたレベルに十分な、あるいはそのレベルを超えた研究成果が得られる見込みである。さらに、目標を達成もしくは、目標を超える非常に良い成果が得られたものに関しては、引き続き研究の発展を促す継続的な研究資金の裏づけが必要である。

#### 5. 代表的な研究成果

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計4件)

(1) Jun Morita

Tilings, Lie theory and combinatorics, Contemp. Math. (AMS) 506 (2010), 173 - 185 (査読あり).

(2) Jun Morita, Akira Terui

Words, tilings and combinatorial spectra, Hiroshima Math. J. (1)39 (2009), 37 - 60 (査読あり).

(3) Hideki Chiba, Jun Lin Guo, Jun Morita

A new basis of  $U(\mathfrak{sl}_2)$  and Heisenberg analogue, Hadronic J. 30 (2007), 503 - 512 (査読あり).

(4) Stephen Berman, Jun Morita

Conjugacy results for the Lie algebra  $\mathfrak{sl}_2$  over an algebra which is a UFD, Contemp. Math. 422 (2007), 17 - 40 (査読あり).

[学会発表] (計1件)

(1) Jun Morita

Moody's conjecture, from derivations to automorphisms, カナダ数学会, Ottawa (Canada), H20.12.6-8.

[その他]

国際研究集会 (招待講演1回、一般講演1回)

国内研究集会 (一般講演7回)

他大学談話会 (講演1回)