

平成 21 年 5 月 14 日現在

研究種目：基盤研究（C）

研究期間：2007～2008

課題番号：19540016

研究課題名（和文） K3曲面のガロワ埋め込みの研究

研究課題名（英文） Study on the Galois embeddings of K3 surfaces

研究代表者

氏 名：吉原 久夫（YOSHIHARA HISAO）

所 属：新潟大学・自然科学系・教授

研究者番号：60114807

研究成果の概要：

K3曲面 S がガロワ埋め込みをもつとき、そのガロワ群 G が巡回群のとき、すべて決定した。それらは4次か6次しかなく、しかも S の構造はそれぞれ4次超曲面か(2,3)-完全交差形のものである。一方(2,3)-完全交差形のものがガロワ直線を持つときは、群 G は6次巡回群か位数6の二面体群である。更に、二面体群のとき S は3次超曲面のある点からの射影に対する、最小ガロワ閉包多様体として得られることなど判明した。

交付額

(金額単位：円)

	直接経費	間接経費	合計
2007年度	1,800,000	540,000	2,340,000
2008年度	1,600,000	480,000	2,080,000
年度			
年度			
年度			
総計	3,400,000	1,020,000	4,420,000

研究分野：数物系科学

科研費の分科・細目：数学・代数学

キーワード：代数幾何学、ガロワ被覆、ガロワ群、K3曲面

1. 研究開始当初の背景

K3曲面 S については、その幾何構造や有限自己同型群など、多くの研究成果があったが、ガロワ埋め込みの観点からの、幾何構造や自己同型群など調べる研究は全くなかった。また S を最小ガロワ閉包多様体として得ることも考えられていなかった。なお、やや関連する研究として、平面曲線 C のガロワ点に関する研究は C が特異点を持たないときは、かなり多くの成果があったが、特異点を持つときのガロワ点の研究もわずかな研究しかなかった。

2. 研究の目的

K3曲面 S がどのくらい多くのガロワ埋め込みをもつのか、またそのときどのような群が現れるのか、さらに S はいつ有理曲面の最小ガロワ閉包多様体として得られるか、などを解明することを目的とした。同時に S 上に存在する曲線との関連する研究として、特異点をもつ平面曲線についてガロワ点に対する、体のガロワ自己同型は曲線の双有理変換になるが、これがいつ、それを含む平面の双有理変換まで拡張できるのか解明することを目的とした。

3. 研究の方法

- (1) まず一般次元において、ガロワ埋め込みをもつ射影多様体について得られる性質を解明する。特に、ガロワ自己同型群が埋め込んだ射影空間の射影変換に拡張されることを確認する。
- (2) 引き続き、射影多様体がガロワ埋め込みをもつ必要十分条件を、埋め込みの因子に関する条件として求める。
- (3) K^3 曲面 S から射影平面 P^2 へのガロワ被覆が存在するので、その分岐因子を考察する。
- (4) K^3 曲面の有限自己同型群はかなりよく分かっているので、その結果を利用する。
- (5) ガロワ埋め込みをもつとき、 K^3 曲面の関数体 K は有理曲面の関数体 K_0 のガロワ拡大となるので、ガロワ対応によりその中間体を考察する。
- (6) 平面曲線 C のときの研究については、ガロワ点があるとき、その点を通る直線との交点として得られる因子を用いて、 C の非特異モデルのガロワ埋め込みを行い、議論を非特異曲線でのものに置き換えて行う。

4. 研究成果

- (1) K^3 曲面 S がガロワ埋め込みをもつとき、そのガロワ群 G が巡回群のとき、すべて決定した。これが大きいインパクトをもっているとは必ずしもいえないであろう。しかし、新しい観点からの成果であることは言えるので、今後群が非可換のときもすべて、ガロワ埋め込みをもつときを決定する足がかりになると思われる。
- (2) ガロワ群が二面体群のとき S は 3 次超曲面のある点からの射影に対する、最小ガロワ閉包多様体として得られると判明した。これは多様体の新しい構成方法を与えるもので、関心をもって迎えられられると思われる。
- (3) 平面曲線のガロワ自己同型が、平面の双有理変換まで拡張できない例を沢山構成した。また、拡張できるとき、平面の座標を双有理変換で取り替えて、その自己同型を射影変換にできる場合などの成果をあげた。これは平面曲線論およびクレモナ群に新しい視点を与え、この方面からの曲線論の進展に寄与できるものと思われる。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文](計 20 件)

H. Yoshihara, Rational curve with Galois point and extendable Galois automorphism, J. Algebra, vol. 321, 1463-1472 (2009) 査読有

H. Kojima and T. Takahashi, Notes on

minimal compactifications of the affine plane, Annali di Matematica Pura ed Applicata, vol. 188, 153-169, (2009) 査読有

E. Artal Bartolo, J.-I. Cogolludo and H. Tokunaga, A survey on Zariski pairs, Advanced Studies in Pure Math., vol.50, 1-100 (2008) 査読有

K. Konno, Minimal pencils on smooth surfaces in P^3 , Osaka Math. J. vol. 45, 789-805, (2008) 査読有

K. Konno and M. Lopes, The base components of the dualizing sheaf of a curve on a surface, Arch. Math. vol. 90, 395-400, (2008) 査読有

T. Takata, On the set of the logarithm of the LMO invariant for integral homology 3-spheres, Math. Proc. Cambridge Philos. Soc. vol. 145, 349-361 (2008) 査読有

T. Takata, A formula for the colored Jones polynomial of 2-bridge knots, Kyngpook Math., J. vol. 48, 255-280 (2008) 査読有

K. Sekigawa and A. Yamada, Compact indefinite almost Kähler Einstein manifolds, Geom. Dedicata, vol. 132 65-79 (2008) 査読有

T. Oguro and K. Sekigawa, Some critical almost Kähler structures. Colloq. Math. Vol. 111, 205-212 (2008) 査読有

K. Konno, On certain fibred rational surfaces, Kodai Math. J., vol. 31, 21-37, (2008) 査読有

H. Kojima, Logarithmic plurigenera of smooth affine surfaces with finite Picard groups, Comment. Math. Helv., vol. 83, 547-571, (2008) 査読有

E. Artal Bartolo, J.-I. Cogolludo and H. Tokunaga, Pencils and infinite dihedral covers of P^2 , Proc. Amer. Math. Soc., vol. 136, 21-29 (2008) 査読有

H. Yoshihara, Galois points for plane rational curves, Far east J. of Math. Sci. vol. 25, 273-284, (2007) 査読有

S. Kondo, The moduli space of 5 points on P^1 and K^3 surfaces, Progr. Math., vol. 260, 189-206, Birkhauser, Basel, (2007) 査読有

S. Kondo, Moduli of K^3 surfaces and complex ball quotients, Progr. Math., vol.260, 43-100, Birkhauser, Basel, (2007) 査読有

S. Kondo, The moduli space of 8 points of P^1 and automorphic forms, Contemp. Math., Amer. Math. Soc.,

Providence, RI, vol. 422, 89-106, (2007)

査読有

S. Bannai and H. Tokunaga, A note on embeddings of S_4 and A_5 into the two-dimensional Cremona group and versal Galois covers, Publ. Res. Inst. Math. Sci., vol. 43, 1111-1123, (2007)

査読有

J. Lee, J. Park and K. Sekigawa, Remarks on four-dimensional Tricerri-Vanhecke Bochner flat almost Hermitian manifolds, Honam Math. J., vol. 29, 681-694 (2007) 査読有

H. Hashimoto, T. Koda, K. Mashimo and K. Sekigawa, Extrinsic homogeneous almost Hermitian 6-dimensional submanifolds in the octonions. Kodai Math. J., vol. 30 297-321 (2007) 査読有

H. Yoshihara, Galois embedding of algebraic variety and its application to Abelian surface, Rend. Sem. Mat. Univ. Padova, vol. 117, 69-85 (2007) 査読有

[学会発表](計 15 件)

吉原久夫, Extendable Galois automorphism and L-minimality of plane curve, アフィン代数幾何学研究集会, 2009 年 3 月 17 日, 関西学院大学大阪梅田キャンパス

H. Yoshihara, Galois embedding of elliptic curve and abelian surface, Branched covering, degeneration and related topics, 2009 年 3 月 12 日, 広島大学大学院理学研究科

H. Tokunaga, Splitting curves in double covers, Branched covering, degeneration and related topics, 2009 年 3 月 11 日, 広島大学大学院理学研究科

吉原久夫, Defining equations of plane curves with Galois points, 代数幾何学ミニ研究集会, 2009 年 3 月 3 日, 埼玉大学理学部

H. Yoshihara, Galois point for elliptic curves, Conference on affine algebraic geometry, 2008 年 12 月 25 日, Fireflies Intercultural Center, Bangalore, India

H. Kojima, Open algebraic surface with logarithmic Kodaira dimension one, Conference on affine algebraic geometry, 2008 年 12 月 22 日, Fireflies Intercultural Center, Bangalore, India

関川浩永, On $-$ Einstein tangent sphere bundles, 2008 年 11 月 6 日, 新潟微分幾何学研究集会, 新潟大学自然科学研究科

小島秀雄, ピカール数 1 の正規 del Pezzo 曲面について, 射影多様体の幾何とその周辺 2008, 2008 年 11 月 1 日, 高知大学理学部

徳永浩雄, 保村匡亮, Cubic equations and non-Galois triple covering of P^2 branched along quintic curves, ガロア理論とその周辺, 2008 年 9 月 9 日, 徳島大学工業会館

小島秀雄, On Yoshihara's conjecture on complement of plane curves, 2008 年 6 月 8 日, 神奈川大学富士見高原研修所

徳永浩雄, Construction of non-Galois triple covers via pull back, Workshop on Galois points and related topics, 2008 年 6 月 8 日, 神奈川大学富士見高原研修所

今野一宏, 標準サイクルの鎖分解と特異ファイバー, Hodge 理論・退化・特異点の代数幾何とトポロジー研究集会, 2008 年 3 月 14 日, 東北学院大学工学部多賀城キャンパス

金銅誠之, 平面 4 次曲線のモジュライと Borchers products, Hodge 理論・退化・特異点の代数幾何とトポロジー研究集会, 2008 年 3 月 10 日, 東北学院大学工学部多賀城キャンパス

徳永浩雄, Local trigonal fibration に関する一注意, Workshop on Galois points and related topics, 2007 年 6 月 30 日, 神奈川大学富士見高原研修所

吉原久夫, Rational curve with Galois point and extendable Galois automorphism, Workshop on Galois points and related topics, 2007 年 6 月 30 日, 神奈川大学富士見高原研修所

[その他]

次のホームページに最近までの成果及び未解決問題が掲載されている:

<http://mathweb.sc.niigata-u.ac.jp/~yoshihara/openquestion.html>

6. 研究組織

(1) 研究代表者

吉原 久夫 (YOSHIHARA HISAO)
新潟大学・自然科学系・教授
研究者番号: 60114807

(2) 研究分担者

金銅 誠之 (KONDO SHIGEYUKI)
名古屋大学・多元数理科学研究科・教授
研究者番号: 50186847

今野 一宏 (KONNO KAZUHIRO)
大阪大学・理学研究科・教授
研究者番号：10186869

徳永 浩雄 (TOKUNAGA HIROO)
首都大学東京・理工学研究科・教授
研究者番号：30211395

関川 浩永 (SEKIGAWA KOUEI)
新潟大学・自然科学系・教授
研究者番号：60018661

高田 敏恵 (TAKATA TOSHIE)
新潟大学・自然科学系・准教授
研究者番号：40253398

小島 秀雄 (KOJIMA HIDEO)
新潟大学・自然科学系・准教授
研究者番号：90332824

(3)連携研究者