

平成 22年 3月 31日現在

研究種目： 基盤研究 (C)
研究期間： 2007～2009
課題番号： 19540036
研究課題名 (和文) ガロア表現のモジュライの研究

研究課題名 (英文) Study of the moduli of Galois representations

研究代表者

田口 雄一郎 (TAGUCHI YUICHIRO)
九州大学・大学院数理学研究院・准教授
研究者番号： 90231399

研究成果の概要 (和文)：

ガロア表現のモジュライの基礎理論を整備し、数論に於ける幾つかの問題に応用した。特に、頂切離散附値環の分岐制限付き拡大の圏を定義し、それがあらゆる choice に依らない事や、完備離散附値体の分岐制限付き拡大の圏と圏同値になる事等を証明した。また、実二次体の場合の Serre の保型性予想に関連して、二次体の mod 2 Galois 表現の非存在と有限性に関する興味深い成果が得られた。

研究成果の概要 (英文)：

We constructed a foundational theory of moduli of Galois representations and applied it to some problems in number theory. In particular, we defined a category of extensions of truncated discrete valuation ring with restricted ramification and proved that it does not depend on any choices, and that it is equivalent to the category of finite extensions of a complete discrete valuation field with restricted ramification. Also, in relation to Serre's modularity conjecture for real quadratic fields, we obtained interesting results on the non-existence and finiteness of mod 2 Galois representations of some quadratic fields.

交付決定額

(金額単位：円)

	直接経費	間接経費	合計
2007年度	1,600,000	480,000	2,080,000
2008年度	1,200,000	360,000	1,560,000
2009年度	700,000	210,000	910,000
年度			
年度			
総計	3,500,000	1,050,000	4,550,000

研究分野： 数物系科学

科研費の分科・細目： 数学・代数学

キーワード： Galois 表現、moduli, Serre の保型性予想、頂切離散附値環、分岐

1. 研究開始当初の背景

数論への応用のために、Mazur による Galois 表現の変形理論は幾つかの点で不十分だったので、それを補うため Galois 表現の moduli 理論を構築する必要がある。この理論を整備すれば、幾何学的 Galois 表現についての Fontaine-Mazur の有限性予想や、mod p Galois 表現についての Khare-Moon の予想などに応用がある事が期待されていた。さらに、もし moduli の有限性が証明できれば、代数体の Galois 拡大の分布について、興味深い結果が従う事が予想された。

2. 研究の目的

Galois 表現の moduli を構成し、その基本性質を調べる事、特に moduli の有限性を証明する事、及び、数論の問題にそれを応用する事。構成した moduli 空間の中で、どのような表現がどの locus に存在しているかを調べる事。また、それらに関連する様々な数論的な問題、特に Galois 表現の分岐や頂切離散付値環の拡大を研究すること。

3. 研究の方法

連携研究者や、関連分野の研究者達と、主にセミナー形式で討論を重ねる事により問題への理解を深めた。特に九州大学における定期的なセミナーや研究集会「Industrious Number Theory」、京大数理研における「代数的整数論とその周辺」、Luminy に於ける「Serre 予想についての夏の学校」、東北大学に於ける「日韓整数論セミナー」、Rennes に於ける「Journées de Geometrie Arithmetique」などが役に立った。科研費により購入した図書や学生アルバイトによる情報収集も大変有益であった。或る程度結果が出たところで研究集会等で発表し、また、論文として出版し、識者のコメントをもらうなどしてフィードバックに努めた。さらに連携研究者と討論して進展を図った。

4. 研究成果

Galois 表現の moduli の基礎理論は取敢えず書き上げた（が、もう少し詰めた部分があるのでプレプリントのままにしてある）。

応用、又は関連する結果として、以下の様な成果がある。

- 平之内氏と共同で、頂切離散付値環の分岐制限付き拡大の圏についての結果を得、前半は論文 [1] として出版した。後半はごく最近決着が着き、論文 [5] として投稿中である。この種の結果はさらなる一般化が可能であると予想されるので、現在どの様な一般化が可能か検討中である。
- 上の研究から派生して、頂切離散付値環上の加群の平坦性を判定する必要性が生じた。Groebner 基底の言葉を用いてこれを研究し、論文 [4] として出版した。この論文を書いたことにより、関連する問題として、体上の 0次元の scheme を離散付値環上に持ち上げるという非自明な問題がある事が判明した。今後、これにも取り組みたい。
- H. Moon 氏と共同で、二次体の mod 2 Galois 表現の非存在や有限性についての結果を得、論文 [2], [3] として出版した。これは将来、実二次体の Serre 予想の証明の「第一段階」として役に立つ予定である。この結果は、少なくとも同じ方法による限りは best possible と思われる。今後は全く新しい方法を模索する必要があると思われる。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 4件)

- ① Toshiro Hiranouchi and Yuichiro Taguchi, Flat modules and Groebner bases over truncated discrete valuation rings, *Interdisciplinary Information Sciences*, 16, 査読有, 2010, 33--37

②Toshiro Hiranouchi and Yuichiro Taguchi,
Extensions of truncated discrete
valuation rings, Pure and Applied
Mathematics Quarterly 4:Jean-Pierre
Serre special issue, 査読有, 2008,
1205-1214

③Hyunsuk Moon and Yuichiro Taguchi, The
non-existence of certain mod 2 Galois
representations of some small quadratic
fields, Proc. Japan Acad. 84, 査読有,
2008, 63-67

④Hyunsuk Moon and Yuichiro Taguchi,
On the finiteness and non-existence of
certain mod 2 Galois representations of
quadratic fields, Kyungpook Math. J. 48,
査読有, 2008, 323-330

[学会発表] (計 13 件)

①Yuichiro Taguchi, 2007. 4. 10
Local Fields: characteristic 0 vs. p ,
談話会, Inha 大 学 校

②Yuichiro Taguchi, 2007. 6. 2
Problems on q -Specht modules, The 19th
PNU-POSTECH Algebraic
Combinatorics Seminar, 浦項工科大学校

③Yuichiro Taguchi, 2007. 6. 12
Moduli of Galois representations and
their applications, p -adic method and
its applications in arithmetic
geometry, 2007, 東京大学

④Yuichiro Taguchi, 2007. 10. 25
Intorduction to p -adic Hodge Theory, I,
Algebra Seminar, 慶北大 学 校, 大 邱
2007. 11. 22 Intorduction to p -adic Hodge
Theory, II, Algebra Seminar, 慶北大 学 校,
大 邱

⑤Yuichiro Taguchi, 2007. 11. 24
Introduction to the moduli theory of
Galois representations, POSTECH-Japan
Number Theory Mini Symposium, 浦項工科
大 学 校

⑥Yuichiro Taguchi, 2008. 1. 21
The non-existence of certain mod 2
Galois

representations of some small quadratic
fields, East Asia Number Theory
Conference, KAIST, 大田, 2008. 1. 21--24

⑦Yuichiro Taguchi, 2008. 9. 10
頂切離散付値環のガロア理論 (平之内俊
郎氏との共同研究), ガロア理論とその
周辺,
徳島大学, 2008 年 9 月 9 日~9 月 12 日

⑧Yuichiro Taguchi, 2008. 12. 8
ガロア表現に関する Serre の保型性予想の
紹介 I, 「代数的整数論とその周辺」, 京
都大学数理解析研究所, 2008 年 12 月 8 日
~12 月 12 日

⑨Yuichiro Taguchi, 2008. 12. 23, 24
ガロア表現の周辺, 北大数論幾何学セミ
ナー (中村セミナー)

⑩Yuichiro Taguchi, 2009. 1. 6
Groebner bases over truncated discrete
valuation rings, 1st POSTECH-Kyushu U.
Joint Workshop, 浦項工科大学校

⑪Yuichiro Taguchi, 2009. 1. 10
Extensions of truncated discrete
valuation rings, Pan Asian Number Theory
Conference, 浦項工科大学校,
2009. 1. 8--11

⑫Yuichiro Taguchi, 2009. 2. 20, 21
楕円保型形式の合同とガロア表現 I, II,
「保型形式の合同及び関連する話題」勉強
会, 佐賀大学, 2009 年 2 月 20 日~2 月 22
日

⑬Yuichiro Taguchi, 2009. 7. 6~7. 10
Extensions of truncated discrete
valuation rings, Poster session at
Journées de Geometrie Arithmetique de
Rennes, Universite de Rennes 1, 6-10
Juillet 2009

[その他]

ホームページ等

<http://www2.math.kyushu-u.ac.jp/~taguchi/>

6. 研究組織
(1) 研究代表者

田口 雄一郎 (TAGUCHI YUICHIRO)
九州大学・大学院数理学研究院・准教授
研究者番号：90231399

(2) 研究分担者

(3) 連携研究者

斎藤 毅 (SAITO TAKESHI)
東京大学・大学院数理科学研究科・教授
研究者番号：70201506

平田 典子 (HIRATA NORIKO)
日本大学・理工学部・教授
研究者番号：90215195

森下 昌紀 (MORISHITA MASANORI)
九州大学・大学院数理学研究院・教授
研究者番号：40242515