

研究種目：基盤研究（C）
研究期間：平成19年度～平成20年度
課題番号：19540038
研究課題名 数論的位相幾何学の育成

研究課題名 Developing Arithmetic Topology

研究代表者 森下昌紀
(九州大学・数理学研究院・教授)

研究者番号：40242515

研究成果の概要：結び目と素数、3次元多様体と整数環の類似性に基づき、結び目理論と数論の間の相互啓発的研究－数論的位相幾何学－を行った。これに関し、数論的位相幾何学における初めての本を著し、当分野の基礎付けを与えた。また、これにより、双方の分野に新しい視点と問題意識を提供した。

交付額

(金額単位：円)

	直接経費	間接経費	合計
19年度	1,300,000	390,000	1,690,000
20年度	1,200,000	360,000	1,560,000
年度			
年度			
年度			
総計	2,500,000	750,000	3,250,000

研究分野：数物系科学

科研費の分科・細目：数学・代数学

キーワード：結び目と素数

1. 研究開始当初の背景

研究代表者は、1998年から1999年にかけて、結び目と素数、3次元多様体と整数環の類似性を発見した。これに基づき、Gaussから分かれた2分野、結び目理論と数論の間に橋を架ける構想を得た。それからこの新分野の基礎づけを与えようと研究に取り組んできた。

2. 研究の目的

結び目と素数、3次元多様体と整数環の類似性に基づき、結び目理論と数論の間の相互啓発的研究をすることが目的である。
当該年度は、結び目理論における

Alexander-Fox、トーシヨンの理論と数論における岩澤理論の類似性、および3次元双曲幾何（双曲構造の変形理論）と肥田理論（ p -進通常保型形式の変形理論）の類似性を追求し、双方に新しい知見を与えることを目的とした。

3. 研究の方法

一般てきには、結び目理論における諸概念、諸理論の数論的類似をもとめること、逆に、数論における諸概念、諸理論の結び目理論的類似をもとめることが、研究の方法である。
特に当該年度は、Alexander-Fox、トーシヨンの理論と数論における岩澤理論

の類似性、および3次元双曲幾何と肥田理論の類似性を追求したが、この研究を遂行するには、結び目理論および数論における上記分野の専門的知識が要るので、これらについて、専門家である連携研究者たちと研究連絡、議論を行いながら研究をすすめた。

4. 研究成果

結び目理論と数論の類似性に関し、基礎づけの研究を行い、数論的位相幾何学における初めての本を著した。
また、双方の分野に新しい視点と問題意識を提供した。

具体的には次の通りである。

1) 結び目群の指標多様体における Alexander stratification に関する広中えり子氏の定理の数論的類似を与えた。

また、Alexander-Fox, トーションの理論と岩澤理論の類似性を示した。

特に、Reidemeister トーションと加藤和也氏のゼータ元の類似性、位相的トーションと解析的トーションの関係を与える Cheeger-Müller の定理等と、代数的ゼータ元と解析的ゼータ関数の関係を与える 岩澤主予想の類似性を示した。

2) 絡み目の高次まつわり数の Riemann 面上の関数たちに対する類似物を Deligne コホモロジーの Massey 積を用いて導入し、その幾何学的構成を反復積分を用いて与えた(寺嶋郁二氏との共同研究)。

3) 双曲構造の変形空間と p -進通常保型形式の変形空間の類似性を示した。さらに $SL(2, \mathbb{C})$ Chern-Simons 汎関数と p -進保型 L 関数の類似性を示した。特に、双曲構造の変形空間上の $SL(2, \mathbb{C})$ Chern-Simons 汎関数の変動の Deligne コホモロジーによる解釈を与え、それが混合 Hodge 構造の変動を導くことをしめた。また、Chern-Simons 汎関数と Beilinson レギュレーターとの関係を示した。

さらに、双曲構造の変形理論と4次元 Seiberg-Witten 理論の類似性を示した。また、結び目群の表現の変形について、数論 (Wiles-Taylor) との類似の構成を与えた。

(以上、寺嶋郁二氏との共同研究)

これらの研究に対し、論文5編を著し、セミナー、国際研究集会、集中講義などに招かれて、講演した。

平成21年3月に、国際的な研究集会を主催し、結び目理論および数論における外国の研究者との研究交流を行った。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 5 件)

M. Morishita, Milnor invariants and l -class groups, in: *Geometry and Dynamics of Groups and Spaces, In Memory of Alexander Reznikov*, Progress in Math., 265, Birkhauser, 583--603, 2008.

M. Morishita, Y. Terashima, Arithmetic topology after Hida theory, in: *Intelligence of Low Dimensional Topology 2006*, World Scientific Publishing Co. in the Knots and Everything Book Series, 2007.

M. Morishita, Y. Terashima, Geometry of polysymbols, *Mathematical Research Letters*, 95-116, 2008.

M. Morishita, Y. Terashima, Chern-Simons variation and Deligne cohomology, in: *Spectral Analysis in Geometry and Number Theory on Prof. Toshikazu Sunada's 60th birthday*, Contemporary Math., AMS, 2009, 127-134.

M. Morishita, On analogies between knots and primes, 3-manifolds and number rings, to appear in *Sugaku Expositions*, AMS.

[学会発表] (計 12 件)

平成19年8月8日, 名古屋大学, Conference 「Spectral Analysis in Geometry and Number Theory on Prof. Toshikazu Sunada's 60th birthday」, 「Chern-Simons variation and Hida-Mazur theory (Joint with Yuji Terashima)」

M. Morishita, Y. Terashima, Universal deformation of a knot group representation and associated Alexander invariants, in preparation.

平成19年8月25日, 鹿児島大学, 幾何学シンポジウム, 「場の理論と整数論」

平成19年10月16日, 東北大学大学院理学研究科, 談話会, 「Chern-Simons theory in arithmetic topology」

平成 19 年 10 月, 東北大学理学研究科
特別講義「素数と結び目」

平成 19 年 10 月 25 日, Banff Research
Station, Canada, Conference 「Low
Dimensional Topology and Number
Theory」, 「Chern-Simons variation and
Hida-Mazur theory」(Joint with Y.
Terashima).

平成 19 年, 11 月, 東京大学数理科学研究科
特別講義「結び目と素数」

平成 19 年 12 月 18, 19 日, 近畿大学理工学部
(トポロジープロジェクト)「結び目と素数」

平成 20 年 7 月 11, 12 日, 慶応大学理工学部,
代数・幾何学セミナー, 「3 次元双曲幾何と肥田
理論(寺嶋郁二氏との共同研究)」,
岩澤理論セミナー, 「イデアル類群と高次ま
つわり行列」

平成 20 年 8 月 27 日, Korea Institute for
Advanced Study, 「Chern-Simons variation
in arithmetic topology」

平成 20 年 9 月 18 日, 筑波大学数学系, 談話
会, 「Chern-Simons motive in arithmetic
topology」

平成 20 年 11 月, Series of Lectures on
「Analogies between knot theory and
number theory」 at University of
Heidelberg, Knot Theory Semester,
Germany, 2008 年.

平成 21 年 1 月 6 日, PosTech. Korea,
「Hyperbolic geometry and Hida
theory(Joint work with Yuji Terashima)」

平成 21 年 2 月 19 日, 鹿児島大学, 代数・解
析・幾何セミナー, 「3-dimensional
hyperbolic geometry and Hida theory」

平成 21 年 2 月 23, 24 日, 北海道大学, 数論
幾何セミナー, 「Analogies between knot
theory and number theory」

平成 21 年 3 月 27 日, 日本数学会春季学会,
幾何学分会特別講演(東大数理),
「結び目理論と数論 -- 3 次元双曲幾何と肥
田理論の類似性」

〔図書〕(計 2 件)
森下昌紀, 結び目と素数, 現代数学シリー

ズ 15, シュプリンガー・ジャパン, 2009.

概説
森下昌紀, あきらめないで, 数学の道しる
べ, 研究者の道とは何か, 数理科学, サイ
エンス社, 12 月号, (2008).

森下昌紀, 結び目と素数 -- 数論的位相幾何
学 --, 日本の現代数学, 数学書房, 出版予定.

〔産業財産権〕
○出願状況(計 0 件)

名称:
発明者:
権利者:
種類:
番号:
出願年月日:
国内外の別:

○取得状況(計 0 件)

名称:
発明者:
権利者:
種類:
番号:
取得年月日:
国内外の別:

〔その他〕
Workshop "Low dimensional topology and
number theory" を主催, 福岡, 2009 年, 3 月.

ホームページ等

6. 研究組織
(1) 研究代表者 森下昌紀
(九州大学・数理学研究院・教授)

研究者番号: 40242515

(2) 研究分担者 なし
()

研究者番号:

(3) 連携研究者 田口雄一郎
(九州大学・数理学研究院・准教授)
研究者番号: 90231399

栗原将人
(慶応大学・理工学部・教授)

研究者番号: 40211221

藤井道彦

(京都大学・理学研究科・准教授)

研究者番号：60254231

寺嶋郁二

(東京工業大学・理工学研究科・助教)

研究者番号：70361764