

平成 22年 4月 28日現在

研究種目：基盤研究 (C)

研究期間：2007～2010

課題番号：19540039

研究課題名 (和文) レゾルベント型跡公式の一般化と保型形式の整数論

研究課題名 (英文) Resolvent type trace formulas, automorphic forms and number theory

研究代表者

権 寧魯 (GON YASURO)

九州大学・大学院数理学研究院・准教授

研究者番号：30302508

研究代表者の専門分野：整数論

科研費の分科・細目：数学・代数学

キーワード：数論, 保型形式

1. 研究計画の概要

セルバーグ跡公式は、保型形式の整数論の研究における強力な道具の一つであるが、扱うリー群の実階数が高い場合、跡公式自身が大変複雑な形をしており、直接には応用しにくい形をしている。現在、さまざまな方向への跡公式の簡易化、一般化が研究されており、保型形式の整数論の研究において重要な役割を果たしている。本研究では、このセルバーグ跡公式と本質的に同等な情報を含むレゾルベント型跡公式の一般化である「レゾルベント型跡公式」の理論の構築、更なる一般化、得られた跡公式に基づいた保型形式やゼータ関数の研究をすすめる。

2. 研究の進捗状況

(1) 非コンパクトなカスプ付き双曲多様体に対するセルバーグ跡公式について研究した。基本表現をKタイプにもつ試験関数に対して、跡公式の幾何学的辺の各局所項を詳細に調べることによって、セルバーグ跡公式の“不変部分”を取り出すことが出来た。特に、放物的元からの寄与である“重み付軌道積分”のフーリエ展開について、より明示的な公式を得た。得られた明示的な“不変”セルバーグ跡公式を用いて、セルバーグゼータ関数、ルエルゼータ関数について全平面への有理型解析接続、原点における特異位数の明示公式、関数等式を証明した。

(2) ヒルベルトモジュラー曲面に対するセルバーグ跡公式について研究した。Kタイプが自明であるエフラットの跡公式をKタイプが非自明な場合に拡張し、“重さ”が異なる

る二つの跡公式の両辺を比較することによって、スペクトル辺から特別な表現の系列を抽出した“跡公式の差分”を得た。得られた跡公式の差分を用いてセルバーグ型ゼータ関数を構成し、全平面への有理型解析接続や関数等式を証明した。一般に群の階数が高いとき跡公式は大変複雑な形をしているが、今回得られた方法で跡公式のある種の簡易化が得られることがわかり、そういった点でも興味深いと言える。

(3) ヒルベルトモジュラー多様体に対するセルバーグ型ゼータ関数について研究を行った。今回はヒルベルトモジュラー群のあるタイプの双曲-楕円共役類に対して、ある種のセルバーグ型ゼータ関数を定義した。1次のときはモジュラー群に対するセルバーグゼータ関数と一致し、解析的性質はよく知られている。2次のときは既に研究を行ったセルバーグ型ゼータ関数に一致する。これらのセルバーグ型ゼータ関数は、エフラットの跡公式をいくつか組み合わせることによって全平面への有理型解析接続が示せることが分かった。重さの異なるエフラットの跡公式を組み合わせ得られる跡公式の差分には、そのスペクトル辺に主系列表現と特定の離散系列のテンソル積になっている表現の系列が現れるなど、跡公式のある種の細分化になっており、そういった点でも大変興味深いと言える。

3. 現在までの達成度

②おおむね順調に進展している。

(理由) 階数の高い跡公式の簡易化、細分化

の一つの方法として“跡公式の差分”が定式化出来た。さらに得られた跡公式の差分を用いて、今までによくわかっていなかった高階数の群に対するセルバーグ型ゼータ関数が定義でき、その解析的性質の研究がすすんだのが主な理由である。

形式・保型表現およびそれに伴う L 関数と周期の研究」、2010 年 1 月 19 日、東京大学

4. 今後の研究の推進方策

(1) 現在までに得ているヒルベルトモジュラー多様体に対するセルバーグ跡公式の“差分”と階数 1 の双曲一楕円共役類に関するセルバーグ型ゼータ関数の研究の応用、さらなる発展について研究を推進する。特に、数論的応用については、セルバーグ型ゼータ関数を総実代数体の言葉で書き直して、その解析的性質から代数体の類数や単数基準の分布などの漸近展開の研究を行う。

(2) 階数 2 のレゾルベント型跡公式の“差分”について研究する。階数 2 のリー群上の特異点をもった球関数からポアンカレ級数、グリーン関数を構成し、それらを核とする積分作用素を構成する。このとき、球関数の生成する表現としてはヤコビ主系列表現のように離散系列表現と 1 次元のパラメーターで記述できる表現を扱う。次に、シフト作用素で移りあう離散系列を二つ固定し、それぞれにたいして上記グリーン関数を構成する。最後にこれらのグリーン関数の“差分”から構成される積分作用素の跡を計算する。このような方針で研究を推進する。

5. 代表的な研究成果

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 3 件)

- ① Y. Gon and J. Park, The zeta functions of Ruelle and Selberg for hyperbolic manifolds with cusps, Math. Ann. 346 (2010), 719-767. 査読有り
- ② Y. Gon and J. Park, Ruelle zeta function for odd dimensional hyperbolic manifolds with cusps, Proc. Japan Acad. 84A (2008), 1-4. 査読有り
- ③ Y. Gon, N. Kurokawa and H. Oyanagi, Multiple q -Mahler measures and zeta functions, J. Number Theory 124 no. 2 (2007), 328-345. 査読有り

[学会発表] (計 1 件)

- ① 権 寧魯、ヒルベルトモジュラー曲面に対するセルバーグ跡公式の差分とセルバーグ型ゼータ関数、RIMS 研究集会「保型