

研究種目：基盤研究（C）
 研究期間：2007～2008
 課題番号：19540047
 研究課題名（和文） 退化代数曲線族のモジュライ写像及びモノドロミーを通じた局所不変量の研究
 研究課題名（英文） Studies on local invariants of degeneration of algebraic curves via moduli map and monodromy
 研究代表者
 足利 正 (ASHIKAGA TADASHI)
 東北学院大学・工学部・教授
 研究者番号：90125203

研究成果の概要：

退化代数曲線族の局所符号数を、安定曲線のモジュライ空間上の符号数因子とエータ不変量の群作用に関する変動項をモノドロミー情報に還元することを用いて、明示的に表示する道を開くことができました。また関連する代数曲面上のペンシルや特異点についても、有用な進展があった。

交付額

(金額単位：円)

	直接経費	間接経費	合計
2007年度	1,800,000	540,000	2,340,000
2008年度	1,400,000	420,000	1,820,000
年度			
年度			
年度			
総計	3,200,000	960,000	4,160,000

研究分野：数物系科学

科研費の分科・細目：数学・代数学

キーワード：代数曲面、退化、曲線族、符号数、局所化、モノドロミー、モジュライ空間、リーマン面、特異点、Horikawa 指数、ファイバー空間

1. 研究開始当初の背景

退化代数曲線族の局所不変量について研究開始当初は次のような段階であった。

- (1) 局所符号数については、安定族と非安定族に分けて議論する方針は固まっており、その方法についても主要な路線は目安がついていたが、詳しい計算や証明の実質的部分を、これから行おうという段階であった。
- (2) Horikawa 指数の明示式については、

局所符号数の理論を整備して、その主要な応用として行おうという方針はすでに立っており、低種数の例の計算が散在しているという段階であった。

2. 研究の目的

- (1) 退化代数曲線族の局所不変量、特に局所符号数と Horikawa 指数について、有用な明示公式を得ることが主要な目的である。
- (2) それと同時に、関連する代数曲面上の

ペンシルの性質を追求することも目的である。

3. 研究の方法

上記の主要目的に対する方法について述べると、与えられた曲線族が、安定的もしくは非安定的なものに分け、それぞれ次の方法を用いた。

- (1) 安定族の場合：安定曲線族のモジュライ空間上に「符号数因子」なるものを定義し、それを有理線形同値なより具体性の高い因子に書き換えておき、与えられた曲線族に引き戻す方法である。
- (2) 非安定族の場合：安定還元から生ずる寄与をモノドロミー情報を用いて明示的に表し、(1) から得られる量に加えるという方法である。

4. 研究成果

- (1) 安定族について吉川謙一氏と共同研究を行った。その結果、奇数種数の場合は Harris-Mumford 公式、偶数種数の場合は Eisenbud-Harris 公式を主要な道具として方法欄(1)に示したことを実現し、さらにいくつかの幾何的応用を得た。曲線のモジュライ空間の因子間の上記の公式が曲面論への初めての応用例ではないかと思われる。
- (2) 一般の非安定族については次の結果を得た。すなわち、エータ不変量の巡回群作用による変動項から「局所符号不足数」なる量を抽出し、それを Nielsen-Matsumoto-Montesinos のモノドロミー情報により明示的に表すことができた。Viehweg, S.L.Tan による代数的研究の位相的意味を見出した点でも価値を有すると考えられる。
- (3) さらに上の局所符号不足数の研究から生じた知見により、石坂瑞穂氏と共同で、Dedekind 和の相互律をその帰結として生じさせる新しい有用な公式を得た。この公式は上記(2)の研究に応用したが、今後も新しい応用が期待される。
- (4) 代数曲面の標準環や完備線形系の

底点の研究において成果を得た。また 2次元正規特異点の不変量について、新しい知見を得た。特に Yau の楕円列の拡張になっている新しい我々の列は、今後も特異点論と代数曲面の大域理論双方に有用な道具を提供することが期待される。

- (5) 3重被覆空間の特異点解消プロセスと不変量の表示について、新しい知見を得た。Miranda の方法の深化が Tan の解消法であった点と対比すれば、我々の方法は Tokunaga の方法の深化と言える。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 10 件)

① Tadashi Ashikaga and Ken-ichi Yoshikawa: A divisor on the moduli space of curves associated to the signature of fibered surfaces, to appear in Adv. Studies in Pure Math.

② Tadashi Ashikaga and Mizuho Ishizaka: Another form of the reciprocity law of Dedekind sum, to appear in Revista Math.

③ Kazuhiro Konno: Appendix to "A divisor on the moduli space of curves associated to the signature of fibered surfaces", preprint (2008) to appear in Proceedings of Singularities, Niigata-Toyama 2007.

④ Kazuhiro Konno: On the fixed loci of the canonical systems over normal surface singularities, Asian J. of Math. 12, no.4 (2008), 449-464.

⑤ Kazuhiro Konno: On the cohomological cycle of a normal surface singularity, RIMS Kokyuroku Bessatsu B9 (2008), 143-151

⑥ Kazuhiro Konno and Margarida Mendes Lopes: The base components of the dualizing sheaf of a curve on a surface, Archiv der Mathematik 90, no.5 (2008), 395-400.

⑦ Kazuhiro Konno: Minimal pencils on smooth surfaces in P^3 , Osaka Math. J. 45,

no. 3 (2008), 789–805.

⑧ Kazuhiro Konno: Relations in the canonical algebras on surfaces, *Rend. Sem. Mat. Univ. Padova* 120 (2008), 227–261.

⑨ Kazuhiro Konno: On certain fibred rational surfaces, *Kodai Math. J.* 31 no. 1 (2008), 21–37.

⑩ Hiroataka Ishida and Hiro-o Tokunaga: Triple covers of algebraic surfaces and a generalization of Zariski's Example, to appear in *Adv. Studies in Pure Math.*

[学会発表] (計 20 件)

① 足利 正: Eta invariant and local signature of degeneration of Riemann surfaces, *Symposium on Branched coverings, Degenerations and Related topics*, 広島大学, 2009 年 3 月.

② 足利 正: 曲線の退化ファイバー芽のエータ不変量に関する一考察, 代数幾何学ミニワークショップ, 兵庫県八千代町, 2009 年 2 月.

③ 足利 正: Signature divisor on the moduli space of curves and its application, 第 4 回代数・幾何・解析セミナー, 鹿児島大学, 2009 年 2 月.

④ T. Ashikaga: Localization of the signature of fibered complex surfaces, *International Conference on finite and infinite dimensional complex analysis and its application*, Gyeongju Univ. KOREA, July, 2008.

⑤ 足利 正, 石坂 瑞穂: Dedekind 和の相互律の幾何と新公式, *Hodge 理論・退化・特異点の代数幾何とトポロジー研究集会 (第 4 回)*, 東北学院大学, 2008 年 3 月.

⑥ 足利 正: Remarks on Horikawa index, 代数幾何ミニワークショップ, 兵庫県八千代町, 2008 年 1 月.

⑦ 足利 正: Invariants of fiber germs and surface singularities, 分岐被覆に関連する代数幾何とトポロジー (第 2 回), 首都大学東京, 2008 年 1 月.

⑧ T. Ashikaga, Localization of signature of fibered complex surfaces, *Polish-Japanese Singularity Conference*, Sopot,

POLAND, July, 2007.

⑨ 足利 正: 射影直線束内の Non-Galois 被覆曲面の標準解消, 分岐被覆に関連する代数幾何とトポロジー (第 1 回), 東北学院大学, 2007 年 6 月.

⑩ 今野一宏: 2 次元数値的 Gorenstein 特異点に対する Noether 型不等式, 代数幾何学 in 九州, 九州大学箱崎キャンパス, 2009 年 2 月.

⑪ K. Konno: Chain-decompositions of canonical cycles, *Geometry of Singularities and Manifolds*, 草津セミナーハウス, 2008 年 9 月.

⑫ 今野一宏: 標準サイクルの鎖分解と特異ファイバー, *Hodge 理論, 退化, 特異点の代数幾何とトポロジー*, 東北学院大学工学部, 2008 年 3 月.

⑬ K. Konno: Fixed part of the canonical linear system of a fibred surface, *Algebraic Geometry Seminar, Universit' di Padova (Italy)*, 2007 年 11 月.

⑭ K. Konno: Fibred algebraic surfaces and the localization of signature, *Geometria em Lisboa, Instituto Superior Tecnico de Lisboa (Portugal)*, 2007 年 10 月.

⑮ 今野一宏: 代数曲線束における相対標準線形系の固定部分について, 日本数学会秋季総合分科会, 東北大学, 2007 年 9 月.

⑯ 今野一宏: 射影曲面上の極小有理関数について, 日本数学会秋季総合分科会, 東北大学, 2007 年 9 月.

⑰ 今野一宏: Reducible curves on surfaces, 高次元代数多様体とベクトル束, 京都大学数理解析研究所, 2007 年 7 月.

⑱ 今野一宏: 代数曲面上の有理関数に関する一考察, 分岐被覆に関連する代数幾何とトポロジー, 東北学院大学, 2007 年 6 月.

⑲ 石田 弘隆: 被覆による特異曲線の構成, 津山代数幾何シンポジウム, 津山工業高等専門学校, 2008 年 8 月.

⑳ H. Ishida: Constructions of certain singular curves with geometric genus one 特異点と多様体の幾何, 草津セミナーハウス, 2008 年 9 月.

6. 研究組織

(1) 研究代表者

足利 正 (ASHIKAGA TADASHI)

東北学院大学・工学部・教授

研究者番号:90125203

(2) 研究分担者

今野 一宏 (KONNO KAZUHIRO)

大阪大学大学院・理学研究科・教授

研究者番号:10186869

石田 弘隆 (ISHIDA HIROTAKA)

宇部工業高等専門学校・一般科・講師

研究者番号:30435458