

平成 21 年 3 月 31 日現在

研究種目： 基盤研究 (C)  
 研究期間：2007 2008  
 課題番号：19540081  
 研究課題名 (和文) 結び目空間の均質性に関する研究

研究課題名 (英文) Study on the homogeneity of knot space

## 研究代表者

中西 康剛 (NAKANISHI YASUTAKA)  
 神戸大学・大学院理学研究科・教授  
 研究者番号：60218956

研究成果の概要：結び目の構造と不変量を局所変形を通じて明らかにし、その発展として、結び目空間の均質性を究明することを目的とし、新しい局所変形として non self  $\Delta$  move を提唱し、対応する構造を決定した。また、pass move による結び目空間の構造の均質性について Conway 多項式の観点から研究した。

## 交付額

(金額単位：円)

	直接経費	間接経費	合計
2007年度	1,800,000	540,000	2,340,000
2008年度	1,500,000	450,000	1,950,000
年度			
年度			
年度			
総計	3,300,000	990,000	4,290,000

研究分野：位相幾何学

科研費の分科・細目：幾何学

キーワード：結び目理論、結び目不変量、局所変形

## 1. 研究開始当初の背景

1937 年に Wendt により導入された「交叉交換」と呼ばれる局所変形は、有限回作用させることで任意の結び目をほどくことができることから、「結び目解消操作」と呼ばれている。「交叉交換」が生成する結び目や絡み目の同値関係は、成分数と同じであることが知られている。この同値関係はとても貧しい構造ではあるが、たしかに、結び目や絡み目の構造の一側面を抽出している。1987 年に

Matveev が、1989 年に研究代表者と村上斉が独立に導入した  $\Delta$  move も有限回作用させることで任意の結び目をほどくことができることから、一般化した結び目解消操作と呼ばれている。 $\Delta$  moves が生成する結び目や絡み目の同値関係は、成分数および対応する成分間の絡み数と同じであることが知られている。この局所変形は有限型不変量のひとつである 2 次の Vassiliev 不変量を記述できる。このことが、葉廣により  $C_n$  move に一般化

され、結び目の  $n$  次の Vassiliev 不変量を記述できる局所変形であることが示された。

こうした観点にたつて、既存の局所変形や新に導入した局所変形を通じて結び目や絡み目の構造や不変量の研究をすることはひとつのアプローチになっていた。また、結び目空間に局所変形による構造を入れたときにどのような構造があるのか、例えば、均質性がどうか、について研究代表者により始められたばかりであった。

## 2. 研究の目的

結び目の構造と不変量を局所変形を通じて明らかにし、その発展として、結び目空間の均質性を不変量と局所変形の観点から究明する。

## 3. 研究の方法

(1) **局所変形の開発**：本研究課題のコアで、新しい局所変形の発見、局所変形であつりあう結び目に共通する結び目の構造を究明する。

(2) **有限型不変量**：Vassiliev 不変量をはじめとする多様な結び目不変量に対応する結び目の構造を研究する。具体例としては、Vassiliev 不変量が一致する具体的な結び目の例を構成することを通じて、どのような結び目の構造に対応するのかを究明する。

(3) **分岐被覆空間**：3次元多様体への応用を含めて、分岐被覆空間の構造を研究する。具体例としては、3 move による絡み目の変化は非正則3重分岐被覆空間の  $Z_3$  係数ホモロジー群に影響を与えないことが知られている。

(4) **Gordian complex**：局所変形を定めたとき、その局所変形1回で移り合う  $n$  個の結び目の組を  $n$  単体と定義することで、結び目全体の集合に単体的複体の構造が入る。この構造の解析を行う。また、この局所変形による一般化した結び目解消数が定義できるので、これらの評価を研究する。

## 4. 研究成果

(1) 局所変形 pass move による Gordian complex の均質性

Erle が導入し、Kauffman がそれによる絡み目の同値関係を研究した局所変形である pass move と結び目不変量である Conway polynomial に関する結び目空間の均質性を研究した。Conway polynomial の2次の係数  $a_2$  の偶奇が一致することと有限回の pass moves であつりあうことが必用十分条件であることが既に知られているように、Conway polynomial と pass move の間には強い関係性がある。その意味で均質性の研究

は重要である。どの結び目も、任意に大きな個数の結び目と互いに pass move 1回であつりあう。これはある意味で、局所変形 pass move による Gordian complex が均質であることを示している。一方で、Conway polynomial が一致するような結び目でも、pass move 1回であつる結び目の Conway polynomials の集合が一致しない例があることを示した。これは、局所変形 pass move による Gordian complex が Conway polynomial に関して、均質でないことを示している。研究分担者(2007年度)の大山淑之との共同研究である。

## (2) 局所変形 non self $\Delta$ move の導入

局所変形として、 $\Delta$  move の特殊化として渋谷哲夫により提唱された self  $\Delta$  move があるが、ここではもうひとつの特殊化として、non self  $\Delta$  move を考える。結び目や絡み目のどのような同値関係が対応するかを研究した。結び目や絡み目が有限回の non self  $\Delta$  moves であつりあうことと、(1) 成分数が一致する、(2) 対応する成分の絡み数が一一致する、および、(3) 対応する成分の結び目型が一一致する、ことが必要十分条件であることがわかった。つまり、成分の結び目型を保存するような link homology に対応する局所変形が non self  $\Delta$  move である。この成果により、 $\Delta$  moves の中での、self  $\Delta$  moves と non self  $\Delta$  moves の役割が明確になったといえる。この研究は、渋谷哲夫、塚本達也との共同研究である。

## 5. 主な発表論文等

[雑誌論文] (計2件)

(1) Y. Nakanishi and Y. Ohyama, *The Gordian complex with pass moves is not homogeneous with respect to Conway polynomials*, *Hiroshima Mathematical Journal*, **39** (2009), to appear. 査読あり.

(2) Y. Nakanishi, *Local moves and Gordian complexes, II*, *Kyungpook Mathematical Journal*, **47** (2007), 329–334. 査読あり.

[学会発表] (計5件)

(1) Y. Nakanishi, Tetuo Shibuya, and Tatsuya Tsukamoto: On non self Delta moves, The 5th East Asian School of Knots and Related Topics, Gyeongju TEMF Hotel, Gyeongju, Korea, 2009.1.11–16.

- (2) Y. Nakanishi: Link homology keeping knot types, Intelligence of Low Dimensional Topology 2008 and the Extended KOOK Seminar, Media Center building of Osaka City University, Osaka, Japan, 2008.10.6–8.
- (3) 中西康剛: Local moves and Gordian complexes, III, 日本数学会・トポロジー分科会, 東京工業大学, 2008.9.24–27.
- (4) Y. Nakanishi and Y. Ohyama: Local moves and Gordian complexes, III, The 6th TAPU Workshop on Knots and Related Topics, Pusan National University, Busan, Korea, 2008.7.28–30.
- (5) Y. Nakanishi: Local moves and Gordian complexes, Knotting Mathematics and Art: Conference in Low Dimensional Topology and Mathematics Art, University of South Florida, Tampa Florida, United States of America, 2007.11.1–4.

[図書] (計 1 件)

- (1) Y. Nakanishi: Link homology keeping knot types, Proc. Intelligence of Low Dimensional Topology 兼 拡大 KOOK セミナー (Intelligence of Low Dimensional Topology 2008 and the Extended KOOK Seminar), 2008, 185–188.

6. 研究組織

(1) 研究代表者

中西 康剛 (NAKANISHI YASUTAKA)  
神戸大学・大学院理学研究科・教授  
研究者番号: 70183514

(2) 研究分担者

(3) 連携研究者

大山 淑之 (OHYAMA YOSHIYUKI)  
東京女子大学・文理学部・教授  
研究者番号: 80223981

内田 吉昭 (UCHIDA YOSHIAKI)  
神戸薬科大学・薬学部・教授  
研究者番号: 80280890