

平成 22 年 3 月 31 日現在

研究種目：基盤研究(C)

研究期間：2007～2009

課題番号：19540085

研究課題名（和文）

次元論とコクセター群の理想境界における力学的構造の研究

研究課題名（英文）

Research of dimension theory and dynamical systems on boundaries of Coxeter groups

研究代表者

横井 勝弥 (YOKOI KATSUYA)

東京慈恵会医科大学・医学部・教授

研究者番号：90240184

研究成果の概要（和文）：

研究課題の中心的な目的である「理想境界における群作用の力学的構造の研究」への応用を念頭におき、主に写像の位相力学系的考察（グラフ写像に関する周期的集合の稠密性と写像の分解性、一般のコンパクト距離空間における写像の周期的集合と鎖回帰的集合の一致性、局所的に良質な空間上の写像に関する鎖回帰的集合の測度論的な大きさと通用性）についての基礎的研究をおこなった。

成果の概要（英文）：

We considered the dynamical behavior of maps on graphs, compacta with good local property. Main results are the following: (1) We established a Barge-Martin type theorem for graph self-maps for which the set of periodic points is dense. (2) For a self-map of a compactum we gave a necessary and sufficient condition for the chain recurrent set to be precisely the set of periodic points. (3) Given an n -dimensional locally $(n-1)$ -connected compact space X ($n \geq 1$) and a finite Borel measure μ without atoms at isolated points, we proved that for a generic map $f: X \rightarrow X$, the set of points which are chain recurrent under f has μ -measure zero.

交付決定額

(金額単位：円)

	直接経費	間接経費	合計
2007年度	1,300,000	390,000	1,690,000
2008年度	1,100,000	330,000	1,430,000
2009年度	1,000,000	300,000	1,300,000
年度			
年度			
総計	3,400,000	1,020,000	4,420,000

研究分野：位相幾何学

科研費の分科・細目：数学・幾何学

キーワード：位相幾何学、位相的力学系、次元論

1. 研究開始当初の背景

J. Cannon や M. Gromov により発展した幾何学的群論とは、組み合わせ群論へのアプローチとして3次元多様体の発想から生まれた幾何学的手法により無限群論を研究することと理解できる。その源となる発想は Dehn の幾何学的アイデアによる曲面群の語の問題を解決した手法による。現在は、様々な理論に基づいて急速に研究が進められており、Bestvina、Mess、Dranishnikov 達のコンパクト距離空間上のトポロジーの手法による双曲群やコクセター群の構造やその境界の位相的な研究は興味深い。また、Kapovich 等は連続体理論の手法を使うことにより双曲群やその境界についての分析をし、Sierpinski carpet や Menger curve を境界としてもつ双曲群についての研究をおこなっている。これらの群が作用する(可縮)複体上のユークリッド的及び双曲的構造や、それらの複体のエンド、理想境界の幾何学のおよび群の作用を動機とした力学的構造に関する研究、ノビコフ予想の関連からの群や複体などの空間の Coarse 的枠組みのなかでの性質(漸近次元、coarse コホモロジー etc.) などの研究は大変興味深い。

2. 研究の目的

本研究においては、次元論及びコクセター群の理想境界に現れうる空間の構造解析により、幾何学的群論への幾何学的・代数的・解析的なアプローチとしての基礎研究を行うことが目的である。特に、研究の柱は以下の4点である：(1) 空間の不変量としての被覆次元とコホモロジー次元の研究 (2) 群の理想境界についての幾何学的構造の研究 (3) 理想境界の群の作用という観点からの力学的構造の研究 (4) 群としての構造の研究

3. 研究の方法

幾何学的対象を計算機により視覚化することにより研究及び作業を迅速かつ効率的に進めた。また他分野との密接な関連のある境界領

域的研究と当初より予想されたため、広汎な資料収集、図書、研究打ち合わせ、位相幾何学、微分幾何学、微分方程式などの研究集会における成果発表等を有効に活用して研究遂行した。

4. 研究成果

(1) (横井) . 高次元力学系はしばしば(その本質的部分を解析しようとする) 1次元力学系の解析問題へ集約することが多い。その意味でグラフ(1次元複体)上の力学系の研究が様々な場面、方面から多様に行われている。構造が単純な閉区間上の力学系において、周期点集合が稠密となるような写像の構造解析は、Barge-Martin により行われ、2回合成写像をみることにより、完全な構造分解定理が得られている。その拡張として、一般のグラフ上の力学系について解析を行い、周期点集合が稠密となるようなグラフ G 上の写像の構造は、グラフ G の互いに内点を共有しない特別な部分グラフの列が存在して、その部分グラフ上では一定の回数合成により、不変かつ位相混合的な写像となり、その他の部分では恒等写像となるという構造定理を示した。

(2) (横井) . 軌道が完全に周期的である(周期点)ものだけでなく、緩やかな意味で初期の点の近くに戻ってくるような場合が多々ある(回帰性)。周期点全体はその緩やかな回帰性の点たちに含まれることは明らかであるが、周期点集合がどのような状態であれば、集合として一致するのかということを考察することは力学系を考察する上で重要である。Block-Franke は閉区間上の写像において周期点集合が閉集合であれば、周期点集合と鎖回帰的の点集合が一致することを示した。その研究を基礎にして、コンパクト距離空間上の力学系において考察を行い、周期点集合と鎖回帰的の点集合が一致するための必要十分条件を周期点以外の点における局所的条件により得た。

(3) (横井). コンパクト距離空間上の力学系において、アトラクターで制限した力学系における鎖回帰性は、アトラクターの十分小さい閉近傍で制限した力学系の鎖回帰性と一致することを示した。

(4) (横井). 鎖回帰集合は、アトラクターの解析などにおいて重要な役割を果たすことが知られている。そこでその鎖回帰集合が一般にどの程度の大きさを持つのかということ解析する事は重要な研究テーマである。Franzova により、閉区間上の鎖回帰集合のルベーク測度による大きさの通用的な性質が得られている。ここではより一般の局所的に良質な空間上の力学系について鎖回帰集合の大きさの解析をした。 n を自然数とする。 n 次元 $(n-1)$ 局所連結空間とその空間の孤立点上にアトムが存在しない有限ボレル測度 μ において、一様距離が定められた自己写像空間のほとんど全ての写像について、その鎖回帰集合は μ -測度がゼロであることを示した。また0次元の場合には、局所連結性の仮定なしに同様の結果を得た。これらの空間は多様体、メンガー多様体を含んでいる。さらに、グラフ写像への応用として、完全不連結な鎖回帰集合をもつ写像たちは写像空間において通有的であることを示した。

(5) (服部). 距離空間における小超限コンパクトネス次数は上限が存在しないことを示した。

(6) (木村). 複素空間形内の実超曲面で、一般化された Tanaka-Webster 接続について、複素構造で不変な2次元平面の断面曲率がすべて一定となるものを決定した。

(7) (木村). 複素射影空間内の Lagrange 部分多様体で、余次元1の葉層構造をもち、各leafが全測地的実射影空間となるものが、ある等質空間内の曲線から構成できる事を示し、極小となるものは全測地的実射影空間に限る事を証明した。

(8) (古用). 遅れをもたない周期的差

分方程式と有限の遅れをもつ周期的差分方程式の周期解の存在を、ブラウダーの不動点定理を用いて示すとともに、例を与えた。

(9) (古用). 周期的差分方程式の周期解の存在を、シャウダーの不動点定理と凸リアプノフ関数を用いて示し例を与えると共に、無限の遅れをもつ周期的差分方程式の周期解の存在問題が有限の遅れをもつ補助差分方程式の周期解の存在問題に帰着されることを示した。

(10) (古用). 自励的な差分方程式の周期解の存在について、シャウダーの不動点定理を用いて論じると共に、幾つかの例を与えた。時間遅れを含む差分方程式も扱うと共に、非可付番無限個の非自明周期解をもつ例も与えた。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計9件)

1. Katsuya Yokoi, The size of the Chain recurrent set for generic maps on an n -dimensional locally $(n-1)$ -connected compact space, Colloquim Mathematicum (to appear)

2. T. Furumochi and M. Muraoka, Periodic solutions of periodic difference equations, Advanced Studies in Pure Mathematics, 53 (2009), 63--69

3. Tetsuo Furumochi, Periodic solutions of periodic difference equations by Schauder's theorem, Cubo Mathematical Journal, 11-3 (2009), 55--63

4. Tetsuo Furumochi and Toshiki Naito, Periodic solutions of difference equations, Nonlinear Analysis, 71-72 (2009), e2217--e2222

5. J. T. Cho and M. Kimura, Pseudo-holomorphic sectional curvatures of real hypersurfaces in a complex space form, Kyushu Journal of Mathematics, 62 (2008), 75--87

6. M. Kimura, Lagrangian submanifolds with codimension 1 totally geodesic foliation in complex projective spaces, Kodai Mathematics Journal, 31 (2008), 38--45

7. Katsuya Yokoi, The chain recurrent set for maps of compacta, Annales Polonici Mathematici, 92 (2007), 123--131

8. Katsuya Yokoi, Dense periodicity on graphs, Rocky Mountain Journal of Mathematics, 37 (2007), 2073--2084

9. V. Chatyrko and Y. Hattori, There is no upper bound of small transfinite compactness degree in metrizable spaces, Topology and its Applications, 154 (2007), 1314--1320

[学会発表] (計5件)

1. 古用哲夫, 関数方程式の周期解 II, 研究集会「関数方程式の線形と非線形の融合」, 2010年3月23日, 電気通信大学

2. J. T. Cho and M. Kimura, Ricci solitons and Lagrange submanifolds in Kahler manifolds, 日本数学会秋期総合分科会, 平成20年9月24日, 東京工業大学

3. 古用哲夫, 大きな遅れをもつ周期的差分方程式の周期解について, 微分方程式セミナー, 2008年9月2日, 札幌医科大学

4. Tetsuo Furumochi, Periodic solutions of difference equations, The Fifth World Congress of Nonlinear Analysts, July 4, 2008, Orlando, Florida, USA

5. Tetsuya Hosaka, $CAT(0)$ groups whose boundaries are scrambled sets, 一般および幾何学的トポロジーの現状と諸問題, 2007年10月18日, 京都大学数理解析研究所

6. 研究組織

(1) 研究代表者

横井 勝弥 (YOKOI KATSUYA)
東京慈恵会医科大学・医学部・教授
研究者番号: 90240184

(2) 研究分担者

保坂 哲也 (HOSAKA TETSUYA)
宇都宮大学・教育学部・准教授
研究者番号: 50344908
(H19 -> H20 連携研究者)

木村 真琴 (KIMURA MAKOTO)
島根大学・総合理工学部・教授
研究者番号: 30186332
(H20 -> H21 連携研究者)

服部 泰直 (HATTORI YASUNAO)
島根大学・総合理工学部・教授
研究者番号: 20144553
(H19 -> H20 連携研究者)

古用 哲夫 (FURUMOCHI TETSUO)
島根大学・総合理工学部・教授
研究者番号: 40039128