

---

---

研究種目：基盤研究（C）

研究期間：2007～2009

課題番号：19540088

研究課題名（和文） 幾何構造と位相

研究課題名（英文） Geometric Structures and Topology

研究代表者

勝田 篤（KATSUDA ATSUSHI）

岡山大学・大学院自然科学研究科・准教授

研究者番号：60183779

---

---

研究成果の概要（和文）：

曲面やその高次元化である多様体の解析的不変量と幾何学的構造、曲率や位相等の関連を調べることは幾何学の主要な問題の一つであり、スペクトル幾何学とよばれている。一方、CTスキャン、非破壊検査等に関連する数学である逆問題として多くの研究がなされている。ここではこれらの交差点に位置する境界付き多様体のスペクトル逆問題について考えた。なかでも誤差がある不完全な解析的データのみ分かっている場合に幾何学的構造がどの程度わかるかという安定性に関連し、境界からの距離と内部の距離や位相の関係について研究した。

研究成果の概要（英文）：

It is one of the main problems to investigate relations between analytic invariants of surfaces or its higher dimensional analogue manifolds and geometric structures, curvatures and topology, which is called the spectral geometry. On the other hands, there are many researches as inverse problems, which is the mathematics related to CT scanner and non destructive investigation. Here, we consider the spectral inverse problem on manifolds with boundary, which lies the intersection of the above fields. Especially, relating to the stability that is how much know about the geometric structure when one only knows incomplete analytic data with errors, we consider relations of the boundary distance with the inner metric and topology.

交付決定額

(金額単位：円)

	直接経費	間接経費	合計
2007年度	1,200,000	360,000	1,560,000
2008年度	1,100,000	330,000	1,430,000
2009年度	1,100,000	330,000	1,430,000
年度			
年度			
総計	3,400,000	1,020,000	4,420,000

研究分野：数物系科学

科研費の分科・細目：数学・幾何学

キーワード：(1) 逆問題 (2) ラプラシアン (3) スペクトル

1. 研究開始当初の背景

境界的リーマン多様体においてラプラシアンの固有値、固有関数の境界値から多様体の幾何学的情報が得られるかというゲルファントスペクトル逆問題は、スペクトル幾何学と逆問題という二つの分野の交差点に位する問として興味深い。これまで Belishev, Kurylev, Tataru によりすべての固有値、固有関数から多様体が決定されることは知られていた。これに対し、実際の逆問題を適用する状況で現れる安定性の問題については、Anderson, Kurylev, Lassas, Taylor との共同研究で Ricci 曲率、単射半径等の制限のあるクラスで確立した。さらに、再構成に関して Kurylev, Lassas と共同で Ricci 曲率のヘルダーノルム有界の下で境界距離関数から内部の計量の近似を行った。一方、Stefanov, Uhlmann は単純計量の仮定の下で安定性の明示的評価を行っていた。

2. 研究の目的

ゲルファントスペクトル逆問題に関して、その安定性を与えるクラスの緩和、特に単射半径評価をはずすことおよび安定性の明示的評価を得ることを目的とする。

3. 研究の方法

理論研究のため、研究方法は研究集会に参加し、同じ分野の研究者と課題に関する討論と情報収集による標準的なものである。そのため研究経費の大部分を旅費、および図書購入に費やした。

またこの経費は国際研究集会「Spectral Analysis in Geometry and Number Theory」の開催に際し、外国人講演者の旅費の一部にあてることができ、意見交換、情報収集に大変役立った。

4. 研究成果

当初の目標であったスペクトル逆問題の安定性に関して、単射半径評価をはずすことについてはまだ結果が得られていない。引き続き研究ということにしたい。そのかわり、以前得られた境界距離関数から内部計量の近似を構成する問題において、曲率のヘルダーノルムを単なる有界と言う条件に緩めることに成功した。これは安定性を与える新しいクラスの提示という点で意味があるように思う。今後は、Ricci 方程式を用いてこの評価をさらにゆるめることを模索したい。明示的評価については困難さが浮かび上がったに過ぎなか

った。

#### 5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 11 件)

① M. Igarashi, K. Kiyohara, On Hermite-Liouville manifolds, to appear in J. Math. Soc. Japan 査読有

② J. Itoh, K. Kiyohara, The cut loci on ellipsoids and certain Liouville manifolds, to appear in Asian J. Math. 査読有

③ A. Katsuda, P.W. Sy, An overview of Sunada's work up to age 60 Contemp. Math. 査読有 484, 7-42 (2009)

④ H. Tamura, Semiclassical analysis for spectral fields, Rev. Math Phys. 査読有 20, 1249-1282, (2008)

⑤ H. Tamura, Time delay in scattering by potentials and magnetic fields, J. Func. Anal. 査読有、254, 1735-1775 (2008)

⑥ H. Tamura, Semiclassical analysis for magnetic scattering by two solenoidal fields: total cross sections, Ann. Henri Poincare, 査読有, 8 1071-1114 (2007)

⑦ A. Katsuda, Y. Kurylev, M. Lassas, Stability of boundary distance and reconstruction of Riemannian manifolds, Inverse Prob. Imaging, 査読有 1, 135-157 (2007)

⑧ K. Shimakawa, Labeled configuration spaces and group completions, Forum Math. 査読有,

⑨ S. Okuyama, K. Shimakawa, Interaction of strings and equivariant homology theories, Geom. Top. Monograph, 査読有 10, 333-346, (2007)

[学会発表] (計 21 件)

① 島川 和久、微分空間とホモトピー論  
日本数学会年会特別講演、2010年3月、慶応大学

② 清原 一吉 Zeros of Jacobi fields and the conjugate loci on Liouville manifolds, Differential Geometry Seminar, 2009年9月 東海大学

③ 田村 英男、磁場散乱におけるアハラノフ・ボーム効果に対する準古典漸近解析、日本数学会年会特別講演、2009年3月、東京大学

④ 島川 和久、数値的連続写像を射とする位

相空間の圏のカルテシアン閉性について、日本数学会年会、2009年3月 東京大学

⑤ 田村 英男、Semiclassical analysis for spectral shift functions in magnetic scattering by two solenoidal fields, 第19回「微分方程式と数理物理」研究集会、2009年3月 熱海市

⑥ 島川 和久、Topology と Diffeology, ホモトピー論シンポジウム 2008年12月、高松市

⑦ 田村 英男、ポテンシャル散乱と磁場散乱におけるあるレゾナンス問題について、第15回「超局所解析と古典解析」研究集会 2008年11月 福井県坂井市

⑧ 島川 和久、Numerical continuity and Cartesian closedness, 第3回 Lusternik-Schnirelmann カテゴリー研究集会、2008年10月

⑨ 田村 英男、Resonances in scattering by two magnetic fields with two supports at large separation, 作用素論セミナー、2008年10月 京都大学数理解析研究所

⑩ 清原 一吉、Thread construction of quadratic (hyper)surfaces, 日本数学会総合分科会 2008年9月 東京工業大学

⑪ 清原 一吉、楕円体のカットローカスと共役跡、日本数学会総合分科会 2008年9月 東京工業大学

⑫ 島川 和久、Diffeology について、RIMS 研究集会「変換群の幾何とその周辺」 2008年5月 京都大学数理解析研究所

⑬ 清原 一吉、Thread construction of quadratic surfaces (2次超曲面の意図による構成)、研究集会「多様体上の幾何構造とその応用」、2008年3月 名城大学

⑭ 清原 一吉、Zeros of Jacobi fields on ellipsoids and some Liouville manifolds, 第10回測地線および関連する諸問題、2008年1月 熊本大学

⑮ 田村 英男、Semiclassical analysis for magnetic scattering by two solenoidal fields, 研究集会「微分方程式の総合的研究」2007年12月、東京大学

⑩島川 和久、Yet another approach to generalized cohomology theories, ホモトピー論シンポジウム、2007年11月、金沢市

⑪田村 英男、Spectral shift function in magnetic scattering by two solenoidal fields, 第18回「微分方程式と数理論理学」研究集会、2007年11月 山口県萩市

⑫H. Tamura, Time delay in scattering by potentials and by magnetic fields with two supports at large separation, Analysis seminar, 2007年9月, Nantes Frances

⑬勝田 篤、An overview of Sunada's works, International Symposium "Spectral Analysis in Geometry and Number Theory", 2007年8月 名古屋大学

⑭勝田 篤、Spectral analysis in geometry, 岡山幾何学談話会、2007年7月、岡山大学

## 6. 研究組織

### (1) 研究代表者

勝田 篤 (KATSUDA ATSUSHI)  
岡山大学・大学院自然科学研究科・准教授  
研究者番号：60183779

### (2) 研究分担者

無

### (3) 連携研究者

清原 一吉 (KIYOHARA KAZUYOSHI)  
岡山大学・大学院自然科学研究科・教授  
研究者番号：80153245

田村 英男 (TAMURA HIDEO)  
岡山大学・大学院自然科学研究科・教授  
研究者番号：30022734

島川 和久 (SHIMAKAWA KAZUHISA)  
岡山大学・大学院自然科学研究科・教授  
研究者番号：70109081

池田 章 (IKEDA AKIRA)  
岡山大学・大学院自然科学研究科・教授  
研究者番号：30093363

酒井 隆 (SAKAI TAKASHI)  
岡山理科大学・理学部・教授  
研究者番号：70005809

竹内 博 (TAKEUCHI HIROSHI)  
四国大学・経営情報学部・教授