

研究種目：基盤研究 (C)  
研究期間：2007～2010  
課題番号：19540114  
研究課題名 (和文) 相互作用をもつ粒子系の研究

研究課題名 (英文) Particle systems with interaction

研究代表者

種村 秀紀 (TANEMURA HIDEKI)  
千葉大学・大学院理学研究科・教授  
研究者番号：40217162

研究代表者の専門分野：確率論  
科研費の分科・細目：数学・数学一般 (含確率論・統計数学)  
キーワード：確率過程 無限粒子系

1. 研究計画の概要

多粒子系または無限粒子系を配置空間に値をとる確率過程で表し、その性質を調べる研究は、確率論における中心的な分野の一つである。本研究で中心に扱われているのは、ダイソン模型 (非衝突ブラウン運動) に代表される長距離相互作用をもつ系である。従来、得られている長距離相互作用無限粒子系は、初期値が平衡分布の場合など特別な場合に限られる。相互作用の長距離性から、極限無限粒子系は初期値によって振る舞いが大きく異なることが予想されが、その初期値依存性を調べるために、

- (1) 平衡状態に収束する初期分布の特徴付け、エルゴード性などを調べる。
- (2) 平衡状態の場合に1つの粒子に着目して、その漸近挙動を調べる。
- (3) 非平衡的である場合の時間発展はどのようなものかを調べる。

等を研究することが主目的である。

2. 研究の進捗状況

これまでに、連携研究者である香取眞理氏との共同研究により以下の結果が得られた。

- (1) 非衝突彷徨過程の相関関数はパフィアンで表すことができ、粒子数を無限大にした熱力学的極限での相関関数を厳密に求め、それらが一般に分数微積分を使って表せることを発見した。極限として得られた確率過程は長距離相互作用をもつ無限粒子系であるが、

その性質についても調べた。(Probability Theory and Related Fields (2007) に掲載)

- (2) Sturm-Liouville 作用素が対応する行列値過程のクラスの性質について調べ、道の連続性、粒子数を無限大にしたときの緊密性に対する十分条件などを与えた。また、行列値過程に対応する双線形形式を導き、ディリクレ形式との関係についても部分的な結果を得た。(Journal of Statistical Physics (2007), 数学 (2009) に掲載)

- (3) 重複直交多項式の理論を発展させることにより、ダイソン模型が一般の初期値の下でも行列値過程であることを示した。この結果により模型の解析に新しい手法を与えることができ、粒子数を無限にしたときに非平衡な無限粒子系に収束、緩衝現象の導出など物理的にも重要な結果を導くことができた。(Commun. Math. Phys. (2010) に掲載)

- (4) ダイソン模型の粒子数を無限にしていくに従って増大するドリフトを加えることにより、エアリー非平衡無限粒子系を構成することができ、その緩衝現象などを示すことにも成功した。そして正則関数の零点と無限次元行列値過程との対応についての考察も与えた。(J. Stat. Phys. (2009) に掲載)

3. 現在までの達成度

本研究課題の達成度は、②おおむね順調に進展している。と判断できる。研究計画の達成の鍵となる、非平衡無限次元行列値過程の構成に成功していること。さらに、正則関数と行列値過程との対応という新たな観点から

を解析を提示し、その正則関数の零点を初期値とした系の平衡状態への収束、いわゆる緩衝現象の証明ができたことがその判断の主たる理由である。さらにディリクレ形式との対応について考察できたことで、長距離相互作用をもつ無限粒子系の解析の発展に有効な手段を与えたことも、もう一つの理由である。

#### 4. 今後の研究の推進方策

(1) ディリクレ形式を用いた無限次元粒子系の解析を行っており、無限次元行列値過程のマルコフ性、強マルコフ性などに関する結果が、すでに得られている。(発表準備中) また対応する確率微分方程式の存在と一意性についても研究中であるが、エアリー型無限粒子系について大きな進展が得られている。この方向で研究を進めていくことにより、無限粒子系の相関関数による表現、ディリクレ形式による表現、確率微分方程式での表現の対応を確立させることが一つの目標である。鍵となるのは一意性に関する問題であるが、その対策として様々な方法が検討されている。(長田博文氏との共同研究)

(2) 正則関数と行列値過程との関係を詳細に調べる研究を行っており、すでに、複素ブラウン運動と正則関数を用いたダイソン模型の新しい表現を与えた。(発表準備中) この結果を一般化することにより、その本質を説明することを目指している。(香取眞理氏との共同研究)

#### 5. 代表的な研究成果

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計5件)

- ① Makoto katori, Hideki Tanemura, Non-equilibrium dynamics of Dyson's model with an infinite number of particles, *Commun. Math. Phys.* 査読有, **293**, (2010) 469-497.
- ② Makoto katori, Hideki Tanemura, Zeros of Airy function and relaxation process, *J. Stat. Phys.* 査読有, **136**, (2009) 1177-1204.
- ③ Makoto katori, Hideki Tanemura, 非衝突過程、行列値過程、行列式過程, *数学*, 第**61**巻第3号, (2009) 225-247.
- ④ Makoto katori, Hideki Tanemura,

Noncolliding Brownian motion and determinantal processes, *J. Stat. Phys.* 査読有, **129**, (2007), 1233-1277.

⑤ Makoto katori, Hideki Tanemura, Infinite Systems of Non-Colliding Generalized Meanders and Riemann-Liouville Differintegrals, *Probab. Th. Rel. Fields*, 査読有, **138** (2007), 113-156.

[学会発表] (計3件)

- ① 種村秀紀, Non-equilibrium dynamics of Dyson's model, Random Processes and Systems, 2009年2月16日-19日, 忠北国立大学(韓国, 忠北).
- ② 種村秀紀, Noncolliding processes and Random Matrices, Selfsimilar processes and their applications, 2009年7月20日-24日, ボン・パスツールセンター(フランス, アンジェ).
- ③ 種村秀紀, Dyson's model with an infinite number of particles, Probability and Stochastic Process, 2009年11月26日-28日, インド統計研究所(インド, デリー)