

平成22年4月28日現在

研究種目：基盤研究 (C)
研究期間：2007～2010
課題番号：19540119
研究課題名 (和文) 組合せ論における確率的及び擬確率的手法の研究とその応用
研究課題名 (英文) Probabilistic and pseudo-probabilistic methods in combinatorics and their applications

研究代表者
石上 嘉康 (ISHIGAMI YOSHIYASU)
電気通信大学・電気通信学部・准教授
研究者番号：50262374

研究代表者の専門分野：組合せ論
科研費の分科・細目：数学・数学一般
キーワード：組合せ論、ラムゼー理論

1. 研究計画の概要

本研究では、組み合わせ理論における確率のおよび擬確率的方法論をグラフ理論のほかに、広い対象へ適用可能にする。この過程とともに、乱数を疑似乱数で置き換えた“弱い確率論”である擬確率論という新しい理論の基礎を構築するとともに、幅広い離散数学の重要な古典的問題を解く。

2. 研究の進捗状況

Szemerédi の定理の新しい組合せ論的証明が発見できた。そしてそのキーとなる Szemerédi の補題の新しい証明とその応用としていくつもの問題が解けることがわかった。たとえば理論計算機科学で重要な Property テストである。また、定数最大次数ハイパーグラフのラムゼー数が頂点数に関して線形であること。これは英国の Cooley らと独立に結果を提出した。証明手法はともにハイパーグラフ版 Regularity 補題の応用として得られたが、Cooley らは Rodl ら版の Regularity 補題を、申請者は申請者版の Regularity 補題を使った。申請者版のほうが幾分すっきりしているかと思われる。

申請者版 Regularity 補題がよりすっきりした応用例を豊富に持つことをデモンストレーションすることを目的として、1980年代から研究されてきた遺伝的性質をもつ(超)グラフの数の成果を出した。遺伝的性質とは、(超)グラフの性質のうちでも最も包括的な性質の一つである。グラフ版 Regularity 補題の最初期の応用例の一つとして、次がある： n 頂点グラフの単調な族 \mathcal{P} のサイズが、Turan 数 $ex(n, \mathcal{P})$ でほぼ決定される。正確には、そのサイズの対数のオーダー

一が決定される。この定理を単調族からより一般的な遺伝的族へ、グラフから超グラフへと自然な拡張は近年試みられてきたが、申請者版 Regularity 補題の応用として、容易に得られることを示した。

Szemerédi の定理の亜種、たとえば Roth の定理の関数解析的証明の改良も行った。密度版 Hales-Jewett の定理の新しい組合せ論的証明の研究も行った。関連する他の分野も広く吸収した。超準解析、複素解析、数学基礎論、実・複素多様体、代数トポロジー、関数解析など。なかでも関数解析と基礎論・超準的方法は従来とは別の意味で強力であることがわかった。

3. 現在までの達成度

②おおむね順調に進展している。

2006年11月に申請していたときとは幾分違って世界の学界を取り巻く状況は変化してきており、申請者の考え方も変わってきてはいるが、おおむね順調に進展していると考えられる。

4. 今後の研究の推進方策

基本的には昨年度までの状況を踏まえて研究を進展させる。ただし、当初の予想以上に、様々な数学の分野と関連してきている。そのため、当該研究の最終年度とはいっても、保守的にこじんまりとまとめようとはせず、積極的に広い分野から様々な考えを収集し、長期的にみても意味があるような時間の使い方をする予定である。

5. 代表的な研究成果

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者に

は下線)

〔雑誌論文〕(計1件)

(1) Yoshiyasu ISHIGAMI, Linear Ramsey numbers for bounded-degree hypergraphs, *Electronic Notes in Discrete Mathematics*, 査読有, 29, (2007), 47-51

〔学会発表〕(計4件)

(1) 石上嘉康, A simple construction for Szemerédi's regularity lemma, 純粋数学及び応用数学としての組合せ論・離散数学としてその周辺ワークショップ、2008年7月5日、電気通信大学

(2) Yoshiyasu ISHIGAMI, A new look at Szemerédi's regularization, 114th Annual Meeting of AMS (American Mathematical Society), 2008年1月9日, San Diego Convention Center, USA

(3) 石上嘉康, Linear Ramsey numbers for bounded-degree hypergraphs, 日本数学会・応用数学分科会、2007年9月21日、東北大学

(4) Yoshiyasu ISHIGAMI, Linear Ramsey numbers for bounded-degree hypergraphs, *Electronic Notes in Discrete Mathematics*, Eurocomb 2007, 2007年9月13日, Seville university, Spain