

研究種目：基盤研究 (C)
 研究期間：2007 ～ 2010
 課題番号：19540141
 研究課題名 (和文) 有限積から無限積へ：集合論的手法による積空間の位相的性質の解明
 研究課題名 (英文) Finite products to infinite products: clarifying topological properties of products by set theoretical techniques.
 研究代表者
 家本 宣幸 (KEMOTO NOBUYUKI)
 大分大学・教育福祉科学部・教授
 研究者番号：70161825

研究代表者の専門分野：集合論的位相空間論
 科研費の分科・細目：数学・数学一般(含確率論・統計数学)
 キーワード：位相空間、順序数、積空間、正規、次元、初等部分モデル

1. 研究計画の概要

この研究の発端は、1992年、家本、大田、玉野の結果「最小非可算順序数の2つの互いに素な stationary sets の積は、normal でも countably paracompact でもない」である。 κ -normal、subnormal や strongly zero-dimensional は normal に、また countably metacompact は countably paracompact に近い位相的性質として知られている。また、normal と countably paracompact は積空間の理論において密接な関連を持っていることが知られている。その後、本研究代表者らのグループの一連の研究成果として κ -normal、subnormal、strongly zero-dimensional と countably metacompact は最小非可算順序数の2つの部分空間の積に保存されることが知られてきた。更に、strongly zero-dimensional と countably metacompact は順序数の有限個の部分空間の積に保存されることがわかってきた。一方、 κ -normal、subnormal は最小非可算順序数の3つの部分空間の積には一般には保存されないことがわかってきた。

本研究は、集合論的な手法を利用して、次を明らかにすることを目的としている。

- (1) 二つの積で normal と countably paracompact の違いを明確にする。
- (2) 二つの積で成り立つが、三つの積で成り立たない位相的性質を見つける。
- (3) 有限積で成り立つ性質が、どのような場合に無限積に保存されるかを考察する。

2. 研究の進捗状況

研究計画の(1)については「 $V=L$ を仮定すれ

ば、最小非可算順序数の2つの積の normal 空間は countably paracompact である」が研究代表者らによって示されたが、無矛盾な反例を作るためには club guessing sequence を利用するのが有効であろうと予測している段階である。(2)については研究代表者のパートナーである平田氏によって、collectionwise Hausdorff がそのような性質であることを見つけた。(3)については順序数の無限積の稠密部分空間である σ 積は strongly zero-dimensional までわかっているが、順序数の一般の無限積がどうであるかはわかっていない。

その一方で、これらの積の理論や集合論の技術が、順序数の hyperspace の理論に応用できることがわかり思わぬ方向に展開している。

3. 現在までの達成度

当初の目的以外の方向へも展開していることを加味すれば、おおむね順調に進展している。

② おおむね順調に進展している。

4. 今後の研究の推進方策

hyperspace への積の理論や集合論の技術の導入は、全く新しい手法であり早めに理論のベースを構築する必要がある。最終年度は有限積、無限積の理論の応用としての、hyperspace の位相的性質の解明に力を入れたい。

5. 代表的な研究成果

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者に

は下線)

[雑誌論文] (計4件)

- ① Y. Hirata and N. Kemoto, Orderability of subspaces of well-orderable topological spaces, Top. Appl., 157 (2010) 127-135. 査読有
- ② N. Kemoto and Y. Yajima, Certain sequences with compact closure, Top. Appl., 156 (2009) 1348-1354. 査読有
- ③ N. Kemoto and Y. Yajima, Rectangular Products with ordinal factors, Top. Appl., 154 (2007) 758-770. 査読有
- ④ N. Kemoto, Normality and countable paracompactness of hyperspaces of ordinals, Top. Appl., 154 (2007) 358-362. 査読有

[学会発表] (計4件)

- ① N. Kemoto and J. Terasawa, Applications of elementary submodels to hyperspaces, 2009 General Topology シンポジウム, Oita Univ. December 16-18(2009).
- ② N. Kemoto, Orderability of subspaces of well-orderable topological spaces, Advances in Set-Theoretic Topology, Erice Sicily Italy, June 9-19 (2008), (国際学会、招待講演).
- ③ N. Kemoto, Applications of theory of stationary sets to topology, International Conference on Topology and its Applications 2007, Univ. Kyoto, December 3-7 (2007), (国際学会、招待講演).
- ④ N. Kemoto and Y. Yajima, The compact closure of sequences in monotonically normal spaces, 第43 回位相空間論シンポジウム, 東京学芸大学, May 24-25 (2007).