

平成 22 年 6 月 8 日現在

研究種目：基盤研究（C）（一般）

研究期間：2007年度～2009年度

課題番号：19540148

研究課題名（和文） 多変数関数族の同型問題と多次元数値表データ圧縮問題

研究課題名（英文） The homeomorphism Problem of families of functions of several variables and the data compression problem of multidimensional numerical tables

研究代表者

明石 重男（AKASHI SHIGEO）

東京理科大学・理工学部・教授

研究者番号：30202518

研究成果の概要（和文）：

私は、数学と計算機科学がそれぞれ有する良い性質が相互に応用されるべきであると考えているため、一連の学際的研究成果は、主として数学と計算機科学の境界に位置している。

更に正確に帰すならば、これらの研究成果は、

1. ヒルベルトの第 13 問題から派生した一連の未解決問題
2. コンパクト完全不連結距離空間上で定義された  $\alpha$ -拡大的力学系の同型問題に分類することができる。

研究成果の概要（英文）：A series of my interdisciplinary research papers are mainly situated on the boundary between mathematics and computer science, because I think that mutual application of each other's good quality is important. More exactly speaking, my research papers can be divided into the following two parts:

1. Unsolved problems derived from the 13<sup>th</sup> problem formulated by D. Hilbert.
2. Homeomorphism problems of  $\alpha$ -expansive dynamical systems on totally disconnected compact Hausdorff metric spaces.

交付決定額

（金額単位：円）

	直接経費	間接経費	合計
2005年度	1,500,000	450,000	1,950,000
2006年度	800,000	240,000	1,040,000
2007年度	800,000	240,000	1,040,000
総計	3,100,000	930,000	4,030,000

研究分野：数物系科学

科研費の分科・細目：数学・情報数理

キーワード：Hilbert の第 13 問題， $\alpha$ -entropy，データ圧縮問題，多次元数値表  
- 拡大的力学系，完全不連結空間，同型問題，埋蔵問題

## 1. 研究開始当初の背景

1900 年にパリで開催された国際数学会議において、David Hilbert が行った「21 世紀の数学を方向付ける 23 の問題」という総合

講演の中で、13 番目に挙げられた「多変数関数族の重ね合わせ表現可能性問題」は、計算図表の作製可能性と結びつき、現代では多次元数値表データ圧縮問題との関連性が指摘されている。また一方で、データ圧縮効率の

限界評価を与える上で重要な役割を演ずる「entropy」の概念は、純粋数学に、情報理論という応用数学領域から導入された新たな考え方を導入した。本研究では、このような数学と計算機科学の双方の長所を活かした過去の一連の学際的研究成果が背景となっている。

## 2. 研究の目的

2 - 1 .完全不連結コンパクト Hausdorff 空間上で構成される対称的 - 拡大的力学系族の同型問題

2 - 2 . Kolmogorov-Arnold の表現定理と Vituskin の定理との整合性

2 - 3 . 複雑形状を有する図形の内部外部判定および形状認識システム

## 3. 研究の方法

### 3 - 1. 2 - 1 に関する方法

上記力学系の代表的例として、記号力学系を挙げることができるが、『全ての完全不連結コンパクト Hausdorff 空間上で構成される - 拡大的力学系が、記号力学系に位相幾何学的に埋め込み可能であること』は知られていた。明石と児玉は、この研究結果を用いて、上記記号力学系族に関する同型問題の完全不変量を開発する。

### 3 - 2 . 2 - 2 に関する方法

Kolmogorov-Arnold の表現定理は、『多変数連続関数が 1 変数連続関数の和の形で表現され得る』ことを示した表現定理であり、Vituskin の定理は、『3 変数有限回微分可能関数族が 2 変数有限回微分可能関数族を用いても強表現不可能であること』を示したものとして知られる。児玉と明石は、上記研究結果を組み合わせることにより、『Kolmogorov-Arnold 表現で用いられた分解関数が、連続であるが殆どいたるところ微分不可能であること』を示す。

### 3 - 3 . 2 - 3 に関する方法

非凸形状や中空部分を有する図形を対象とした 2 次元図形の輪郭を、『広い意味での 2 次元数値表データ』として捉え、任意に指定された点が、既存の複雑形状図形の内部に所属するか、外部に所属するかを判定するシステムを作製する。「任意に指定された点が、与えられた複雑形状図形の内部に所属するか、外部に所属するかを判定」が可能であるならば、本来形状認識作業は、上記(1)におい

て作製されたプログラムを用いて実行可能である。しかし形状認識は、非常に多くの点に関する内部外部所属判定作業を要求するため、(1)で用いた数学的手法では、実行時間がかかりすぎるという問題を抱えていた。この理由として(1)で述べたシステムが、『少数ではあるが、任意に指定された複数個の点に対する内部外部判定を行う必要があった』ことに対して、(2)で述べたシステムは、『格子点などのように、規則正しく配列されているが、非常に多くの点に対する内部外部判定を行う必要がある』ことを要求するためである。

本システムでは、(1)で用いた『実行時間がかかるが、任意に指定された点の内部外部判定が可能な複素関数論的手法』を『規則正しく配列された点に対してのみ適用可能だが、実行時間のかからない隣接点判別法』に置き換えることで、上記問題を解決した。

## 4. 研究成果

数学的構造が位相同型であるか、もしくは代数同型であるかなどを調べる問題を『同型問題』と呼び、同型写像を構築しなくても、判定できる評価量を不変量と呼ぶ。本研究では、記号力学系を抽象化して得られた上記力学系から構成される同型問題の不変量を、Godel 数を応用して開発した点、更にその不変量が完全性を保持していることを見出した点が有意義であると思われる。多変数関数族の重ねあわせ問題は、近年数値表データ圧縮と関係して注目されてきているが、その実現には、『分解関数』と呼ばれる『多次元データから 1 次元データへの単射的写像』を見出すことが必要であった。本研究では、『微分可能関数族を用いて分解関数を構成することはできない』ということを示した点で、上記問題に否定的解答を与えた点が重要であると思われる。

## 5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文](計 3 件)

S. Kodama and S. Akashi,  
Compressibility of multidimensional numerical data constructed from smooth functions, Proceedings of the 1st Asian Conference on Nonlinear Analysis and Optimization, vol.1(2009), 173-176.

S. Akashi and S. Kodama  
The homeomorphism problem of symmetric - expansive dynamical systems, Proceedings of the 5th International Conference

on Nonlinear Analysis and Convex Analysis,  
vol.5(2009), 1-6.

S. Akashi,

A Version of Hilbert's 13<sup>th</sup> problem for  
entire functions, Taiwanese Math. Journal,  
vol. 38(2008), 15-27.

[学会発表](計5件)

S. Akashi and S. Kodama,

Entropy theoretic approximation of nonlinear  
numerical data (Invited talk), The 6<sup>th</sup>  
International Conference on Nonlinear  
Analysis and Convex Analysis, March 27<sup>th</sup>, 2009,  
東京工業大学(日本).

S. Akashi,

Topological classification of compact-set-valued  
and upper-semi-continuous mappings (Keynote  
talk), The 9<sup>th</sup> International Conference on  
Fixed Point Theory and Its Applications,  
July 17<sup>th</sup>, 2009, 國立彰化師範大学(中華民國).

S. Akashi,

Fixed point theoretic aspects of functional  
Banach algebra, The 5<sup>th</sup> World Congress of  
Nonlinear Analysts, July 2<sup>nd</sup>, 2008, Hyatt  
Grand Cypress Resort Hotel, Orlando Florida,  
USA.

S. Akashi,

Computation theoretical classification of  
Hilbert's 13<sup>th</sup> problem, The Fifth  
International Conference on Nonlinear  
Analysis and Convex Analysis (Invited  
talk), June 3<sup>rd</sup>, 2007, 清華大学(中華民國).

S. Akashi,

Fixed point theoretic classification of  
-expansive dynamical systems on compact  
and totally disconnected metric spaces  
(Keynote talk), The Eighth International  
Conference on Fixed Point Theory and Its  
Applications, July 19<sup>th</sup>, 2007, Chiang-Mai  
University(Thailand).

[図書](計2件)

明石重男, 奥村晴彦他3名,  
圧縮伸長技術, 日経 SYSTEM, 8(2008),  
112-117, 日経 BP 社.

明石重男編, 非線形解析学と凸解析学の研  
究, 京都大学数理解析研究所講究録,  
1611(2008), 220 ページ.

[産業財産権]

出願状況(計1件)

名称: 図形に関する内点判別法  
発明者: 明石重男、村田徹也、  
付思、佐々木愛子  
権利者: 理化工業株式会社  
種類: 特許権  
番号: 2007 - 129345  
出願年月日: 2007年5月16日  
国内外の別: 国内

取得状況(計0件)

名称:  
発明者:  
権利者:  
種類:  
番号:  
取得年月日:  
国内外の別:

[その他]

本研究課題に基づいて得られたデータ圧縮関係の研究成果が、平成21年3月16日の日刊工業新聞1面で『大規模数値表を処理する数値列可逆圧縮技術』として紹介された。また本研究課題に基づいて得られた複雑形状認識システム関係の研究成果が、経済産業省産学連携プロジェクトにおける優れた研究成果としての評価を得たとして、平成19年5月16日に理化工業株式会社から技術表彰を受けた。

6. 研究組織

(1) 研究代表者

明石 重男 (Shigeo Akashi)  
東京理科大学・理工学部・教授  
研究者番号: 30202518

(2) 研究分担者

ございません

(3) 連携研究者

ございません