

機関番号：15401

研究種目：基盤研究(C)

研究期間：2007～2010

課題番号：19540157

研究課題名(和文) 確率最小作用の原理とその応用

研究課題名(英文) Stochastic least principle and its applications

研究代表者

三上 敏夫(MIKAMI TOSHIO)

広島大学・大学院工学研究院・教授

研究者番号：70229657

研究成果の概要(和文)：最大従属確率変数列の列の結合分布関数の最大値と最大解，その応用を与えた．Knothe-Rozenblatt Rearrangement(KRR)の一般化とその確率過程版Knothe-Rozenblatt proces(KRP)を定義し，それらの存在，一意性，双対定理，微小パラメタを持ったある種の変分問題の最小解の極限としての特徴付けを与えた．KRPの確率流のランダムな確率密度関数の表現定理を与えた．このランダムな確率密度関数の空間変数にKRPを代入したものの対数の平均が凸性を持つことを示した

研究成果の概要(英文)：We gave maxima and maximizer of joint distribution function of maximally dependent random variables and its application. We defined a generalization of the Knothe-Rozenblatt Rearrangement (KRR) and its stochastic version Knothe-Rozenblatt process (KRP), proved the existence and the uniqueness and gave a characterization as the limit of the minimizer of a class of variational problem with a small parameter. We also gave a representation theorem for a random probability density function of a stochastic flow of KRP. We proved that the mean of a logarithm of the random probability density function with space variable replaced by KRP is convex.

交付決定額

(金額単位：円)

	直接経費	間接経費	合計
2007年度	800,000	240,000	1,040,000
2008年度	800,000	240,000	1,040,000
2009年度	800,000	240,000	1,040,000
2010年度	900,000	270,000	1,170,000
年度			
総計	3,300,000	990,000	4,290,000

研究分野：確率論

科研費の分科・細目：数学・基礎解析学

キーワード：確率制御，最適輸送問題，双対定理，KRP, KRR, log-convexity

1. 研究開始当初の背景

最適輸送問題やその確率最適制御版は，与えられた初期分布と終期分布を持つ確率過程の族に対するランダムな作用汎関数の平均値の最小化問題という同じ枠組みで，ランダムな力学の問題と考えることができること

に気づいた。

2. 研究の目的

1. 確率過程に対する確率最小作用の原理とその確率量子化への応用
2. 前向き後向き確率微分方程式とマルコフ

- 過程に対する確率最小作用の原理
 3. 大偏差理論と確率最小作用の原理
 4. 確率偏微分方程式の粘性解とランダム媒質中での確率最小作用の原理
 5. 非定常最適輸送問題とその確率最適制御版
 6. 札幌の公共交通システム網の研究

3. 研究の方法

確率論, 統計学, 偏微分方程式論の文献を整備した. 各分担者とは, 電子メールで研究連絡実施した. 電子メールによる日頃の研究連絡及び研究情報の収集のために, パソコンとその周辺機器, ソフトを整備した. 集中的な研究連絡, 情報交換のために, 以下の研究会を行った.

Probability and PDE 2011
 (2011年1月11日-13日, 広島大学工学研究院)
 第15回広島応用解析セミナー
 (2010年11月15日, 広島大学工学研究院)
 第14回広島応用解析セミナー
 (2010年11月8日, 広島大学工学研究院)
 第13回広島応用解析セミナー
 (2010年8月23日-24日, 広島大学工学研究院)
 第12回広島応用解析セミナー
 (2010年1月13日, 広島大学工学研究院)
 第11回広島応用解析セミナー
 (2009年9月1日-2日, 広島大学工学研究院)
 第10回広島応用解析セミナー
 (2009年2月10日, 広島大学工学研究院)
 第6回「確率論とPDE」研究会
 (2009年1月20日, 広島大学工学研究院)
 第9回広島応用解析セミナー
 (2008年9月1日-4日, 広島大学工学研究院)
 第5回「確率論とPDE」研究会
 (2007年10月15日-16日, 広島大学工学研究院)

4. 研究成果

確率最小作用の原理のゼロ雑音極限として現れる最適輸送問題の最小解や最大解を用いて, ある種の最大従属確率変数列の列の結合分布関数の最大値と最大解, 及び, 最小値と最小解を求めた.

また, これらの最大解や最小解が, パラメタのついたある種の最適輸送問題の最小解の弱極限として求まることも示した. 更に, 数学的に証明できない場合については, 数値計算によって, 一般には上記は成り立たないことを示した.

応用として, 企業の社員教育システムにおいて, 一人の熟練技術者に対して,

何人の新入社員を採用し教育するようになれば, 技術の伝承が成功するかを調べた. **Knothe-Rozenblatt Rearrangement**をある種の変分問題の解と見る事により一般化(以下簡単のために**KRR**)し, その存在, 一意性及び双対定理を証明し, 微小パラメタを持ったある種の変分問題の最小解の弱収束極限としての特徴付けも与えた. 制御変数に関して凸なコスト関数を持つある種の確率最小作用の原理を通して, **KRR**の確率過程版を定義し, **Knothe-Rozenblatt process**(以下簡単のために**KRP**)と名付けた. **KRP**に対する双対定理も与えた. 更に, 微小パラメタを持ったある種の確率最適制御問題の最小解の極限として**KRP**の特徴付けを与えた. ここで, 再構成のステップ数が2のときは弱収束の意味での収束であり, 再構成のステップ数が3以上のときは, コスト関数の一様狭義凸のときに限定するが, そのかわり相対エントロピーの意味での収束である. これは, **KRR**の場合にはなかった事であり, ブラウン運動の存在が大きく関係している. **KRP**の確率流のランダムな確率密度関数の表現定理を与えた. この関数は滑らかではないので, 伊藤の公式を使って解析することはできないが, この表現定理により, その確率密度関数の平均などの解析が可能になる. この表現定理とドリフトベクトルの満たす**Hamilton-Jacobi-Bellman**方程式を用いて, このランダムな確率密度関数の空間変数に**KRP**を代入したものの対数の平均が凸性を持つことを示した. これは, **KRR**が平均を取らなくても同様の性質を持つことの一一般化になっている. **KRR**のこの性質は**B**

runn-Minkowskiiの不等式を導く。今後、上記結果の確率分布に関係した変分不等式等への応用が期待される。次に、上記結果を用いて、KRPの確率密度関数の空間変数にKRPを代入したものの対数の平均がある種の凸性を持つことを示した。今後は、上記研究結果を直接各種変分不等式の研究に応用することが望まれる。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計4件)

1. Higuchi and T. Mikami, Maxima and minima of overall survival functions with fixed marginal distributions and transmission of technology, Communications in Statistics-Theory and Methods-. 掲載予定. 査読有

2. T. Mikami, Variational characterization of the Knothe-Rosenblatt type rearrangements and its stochastic version. Surikaiseki-kenkyusho Kokyuroku No. 1695, Kyoto University, 2010, pp. 35--55. 査読無

3. T. Mikami and M. Thieullen, Optimal Transportation Problem by Stochastic Optimal Control, SIAM J. CONT. OPTIM., Vol. 47, 1127-1139 (2008). 査読有

4. T. Mikami, Marginal problem for semimartingales via duality. International Conference for the 25th Anniversary of Viscosity Solutions, Gakuto Int. Series. Mathematical Sciences and Applications, Vol. 30, 133-152 (2008). 査読有

[学会発表] (計4件)

1. T. Mikami, The Knothe-Rosenblatt processes by the singular limit of a class of stochastic controls. Viscosity methods and nonlinear PDE, July 21-23, 2010, Sapporo

2. T. Mikami, Variational characterization of the Knothe-Rosenblatt type rearrange-

ments. Viscosity Solutions of Differential Equations and Related Topics. June 24-26, 2009, RIMS, Kyoto University

3. 三上敏夫, 双対問題による与えられた周辺分布を持つ確率過程の構成日本数学会秋季総合分科会、9月21日-24日、東北大学、2007.

4. T. Mikami, Marginal problem for semimartingales via duality International Conference for the 25th Anniversary of Viscosity Solution, Tokyo Univ., June 4-6, 2007.

[図書] (計1件)

T. Mikami, Optimal transportation problem as stochastic mechanics. In Selected Papers on Probability and Statistics (AMS, Translations Series 2, Vol. 227), 75-94, A. M. S. (2009).

[その他]

ホームページ等

6. 研究組織

(1) 研究代表者

三上 敏夫 (Mikami Toshio)
広島大学・大学院工学研究院・教授
研究者番号：70229657

(2) 研究分担者

()

研究者番号：

(3) 連携研究者

竹田 雅好 (Takeda Masayoshi)
東北大学・大学院理学研究科・教授
研究者番号：30179650
(H19 研究分担者)

小池 茂昭 (Koike Shigeaki)
埼玉大学・大学院理工学研究科・教授
研究者番号：90205295
(H19 研究分担者)

貝瀬 秀裕 (Kaise Hidehiro)
名古屋大学・大学院情報科学研究科・助教
研究者番号：60377778
(H19 研究分担者)