

平成21年 5月20日現在

研究種目：基盤研究 (C)
研究期間：2007～2008
課題番号：19540188
研究課題名 (和文) 高階常微分方程式に対する振動理論と特異境界値問題
研究課題名 (英文) Oscillation theory and singular boundary value problems for higher-order ordinary differential equations
研究代表者
内藤 学 (NAITO MANABU)
愛媛大学・大学院理工学研究科・教授
研究者番号：00106791

研究成果の概要：関数方程式の極めて重要なクラスである非線形の2階および高階の常微分方程式に対して、振動理論と特異境界値問題を複合的に考察した。とくに、Emden-Fowler 型の非線形項をもつ準線型方程式を重点的に解析し、正值解の漸近形、境界値問題の解の一意性等について新しい知見を得ることができた。

交付額

(金額単位：円)

	直接経費	間接経費	合計
2007年度	1,200,000	360,000	1,560,000
2008年度	900,000	270,000	1,170,000
総計	2,100,000	630,000	2,730,000

研究分野：数物系科学

科研費の分科・細目：数学・基礎解析学

キーワード：関数方程式、振動理論、境界値問題

1. 研究開始当初の背景

非線形2階常微分方程式の振動理論および境界値問題については既に多くの結果が得られている。これらの理論は高階常微分方程式に拡張することができると思われるが、その一端が、この科学研究費補助金の研究代表者である内藤学（愛媛大学大学院理工学研究科）によって次第に明らかにされてきていた。そして、常微分方程式に対する振動理論と（特異）境界値問題、さらには解の漸近挙動の理論等は互いに密接に関連しあっており、これらの理論は総合的、複合的に研究、理解されなければいけないということが認識されていた。

2. 研究の目的

この研究の目的は、「研究開始当初の背景」の欄で記したようなことを念頭において、非線形高階常微分方程式に対して振動理論と特異境界値問題を複合的に考察することである。とくに、Emden-Fowler 型と呼ばれている非線形項をもつ方程式を重点的に解析し、extreme と呼ばれている正值解の存在性/非存在性、正值解の漸近形、正值解の全体の構造、特異境界値問題の解の存在性・一意性・零点の個数等について研究することである。

3. 研究の方法

連携研究者として、下記の3名をおいた。

杉江実郎
島根大学・総合理工学部・教授

宇佐美広介
広島大学・理学研究科・准教授

田中敏
岡山理科大学・理学部・講師
(現在、准教授)

研究代表者、内藤学、は研究の全体を統括し、さらに、内藤学と宇佐美広介(連携研究者)は振動理論と境界値問題の両方を担当し、杉江実郎(連携研究者)は振動理論を担当し、田中敏(連携研究者)は境界値問題を担当した。

国内外の研究者と十分な研究連絡・情報交換を行うために学会や研究集会等に積極的に出席した。また、我々自身で、2種類の研究集会

「振動理論ワークショップ - 〇〇 200*」

「〇〇大学における微分方程式セミナー」

を主催し、研究者との交流を深め、学術情報を収集・交換し、我々の研究成果を発表した。

研究の成果は、数学の国際的学術雑誌に投稿して掲載してもらおうとともに、学会や種々の研究集会等においても積極的に発表した。

上記の2種類の研究集会については、具体的には次のように開催した。開催日時、会場、主催者、講演者(所属)・講演題目を記しておく。

振動理論ワークショップ - 松山 2009

日時: 2009年2月7日(土)
~2月8日(日)

会場: 愛媛大学理学部
(松山市文京町2番5号)

主催者: 内藤学(愛媛大・理工)

講演者(所属) 講演題目

寺本智光(尾道大・経済情報)
2階楕円型方程式系の正値全域解の存在と非存在

橋本貴宏(気象大学校)
退化する係数関数をもつ準線形楕円型方程式の非自明解の非存在について

鬼塚政一(島根大・総合理工)、杉江実郎

(島根大・総合理工)
2次元線形時変系の零解の一様漸近安定性

呉奮韜(東北師範大学・数学統計学院、中国)

Existence of non-extreme solutions of third-order quasilinear ordinary differential equations

田中聡士(広島大・理)
変数係数を持つガウゼ系の解の性質

山岡直人(大阪府立大・工)
2階準線形楕円型方程式の振動条件について

丸尾健二(神戸大学・海事科), 山田直記(福岡大学・理)
 R^2 での球対称な係数を持つ非線形退化楕円型方程式の小さな非球対称解

田中敏(岡山理科大・理)
Emden-Fowler型常微分方程式の2点境界値問題の正値解の個数について

内藤学(愛媛大・理工)
高階劣線形常微分方程式の終局的正値解の漸近挙動

振動理論ワークショップ - 福岡 2008

日時: 2008年2月10日(日)
~2月11日(月)

会場: 福岡大学セミナーハウス
(福岡市中央区六本松三丁目4番20号)

主催者: 山田直記(福岡大・理)
内藤学(愛媛大・理工)

講演者(所属) 講演題目

生田雅也(広島大・理)
2変数双曲型方程式の正値解の存在と解の振動について

田中敏(岡山理科大・理)
一階非線形遅れ型方程式の終局的に正の解の存在と非存在

古用哲夫(島根大・総合理工)
周期的差分方程式の周期解について

谷口公仁彦(広島大・理)
多種 Lotka-Volterra 非自励競争モデルの解の漸近的性質

内藤雄基(神戸大・工)、仙葉隆(九州工業大・工)
半線形熱方程式の後方自己相似解の存在

について

杉江実郎 (島根大・総合理工)
Convergence of solutions of
time-varying linear systems

杉江実郎 (島根大・総合理工)、尾上雄一
(島根大・総合理工)
Asymptotic stability for
three-dimensional linear differential
systems

谷川智幸 (上越教育大)
2階半分線形関数微分方程式の正則変動
関数解の存在について

橋本貴宏 (気象大学校)
微分方程式と気象学

宇佐美広介 (広島大・理)
準線型常微分方程式の緩減衰解の漸近挙
動について

内藤学 (愛媛大・理工)
高階準線型常微分方程式の解の延長可能
性

札幌医科大学における微分方程式セミナー

日 時: 2008年9月1日 (月)
～9月2日 (火)

会 場: 札幌医科大学記念ホール
(札幌市中央区南1条西17丁目)

主催者: 加茂憲一 (札幌医科大・医)
内藤学 (愛媛大・理工)
宇佐美広介 (広島大・理)

講演者 (所属) 講演題目

山岡直人 (大阪府大・工)
 p -Laplacian をもつ非線形微分方程式の
振動に対する比較定理

山田哲也 (広島大・理・D)
空間無限遠方である減衰条件を満たす走
化性方程式の解の高次漸近展開について

宇佐美広介 (広島大・理)
臨界的な場合における準線型常微分方程
式の緩減衰解の漸近形

田中敏 (岡山理科大・理)
Nonuniqueness of nodal radial
solutions of sublinear elliptic
equations in a ball

佐藤得志 (東北大・理)
外力項を含む半線型楕円型方程式の正值

解の多重存在について

出口英生 (富山大・理工)
不連続な非線形項を持つ放物型方程式系
の解の存在と漸近挙動について

滝本和広 (広島大・理)
On the removability of level sets for
some fully nonlinear equations

鬼塚政一 (島根大・総合理工・D・学振
研究員)
有界な変数係数をもつ減衰振動子の一様
漸近安定性

杉江実郎 (島根大・総合理工)
3次元非線形微分方程式系の零解の漸近
安定性

内藤学 (愛媛大・理工)
2階準線型常微分方程式の解の漸近挙動
についての一注意

松永秀章 (大阪府大・工)
Stability switches in a linear
differential equation with diagonal
delays

古用哲夫 (島根大・総合理工)
大きな遅れをもつ周期的差分方程式の周
期解について

申正善 (電通大)、内藤敏機 (電通大)、宮
崎倫子 (静岡大・工)
周期解の安定化問題について—特性指数
を中心に—

加茂憲一 (札幌医大・医)、鷺見紋子 (札
幌医大・医)
数理モデルを用いた日本における麻疹流
行変動に関する研究

上越教育大学における微分方程式セミナー

日 時: 2007年8月28日 (火)
～8月29日 (水)

会 場: 上越教育大学
(新潟県上越市山屋敷町1番地)

主催者: 谷川智幸 (上越教育大)
内藤学 (愛媛大・理工)

講演者 (所属) 講演題目

米田剛 (東京大・数理科)
或る遅れ型関数微分方程式の解の表示と
その発展可能性について

鬼塚政一 (島根大・総合理工)
時間経過に伴って衰退する摩擦項をもつ

2 階線形微分方程式の零解の性質について

杉江実郎 (島根大・総合理工)、尾上雄一 (島根大・総合理工)
殆線形微分方程式系の漸近安定性について

正角豊 (金沢大・工)
ある種の関数変数をもつ双曲型方程式の解の振動性について

田崎創平 (大阪大・基礎工)、鈴木貴 (大阪大・基礎工)
Caginalp-Fix 方程式の定常問題

赤木剛朗 (芝浦工業大・システム工)、梶木屋龍治 (長崎総合科学大・工)
無限大ラプラスアンを含む放物型方程式の解の漸近挙動について

仙葉隆 (宮崎大・工)、内藤雄基 (神戸大・工)
Multiple continuation of solutions after blow up for semilinear heat equations

柴田徹太郎 (広島大・工)
Precise spectral asymptotics for nonlinear ordinary differential equations

山岡直人 (大阪府立大・工)
非線形摂動項を伴う自励系半分線形微分方程式の振動問題

田中敏 (岡山理科大・理)
準線形常微分方程式に関するある恒等式とその境界値問題への応用

宮崎倫子 (静岡大・工)
結合 van der Pol 方程式の解の漸近的挙動について

4. 研究成果

この研究の目的は、非線形高階常微分方程式に対して振動理論と特異境界値問題を複合的に考察することであった。

この研究によって得られた新しい結果、新しい知見は主として次の様なものである。

(1) 特異な非線形項をもつ 2 階準線型常微分方程式を考察し、方程式の係数が t の冪乗のように振舞うとき、 $t \rightarrow +\infty$ においてゼロに収束する正值解の存在性・一意性を論じた (以下の「主な発表論文等」[雑誌論文]の欄 ⑤)。

(2) Emden-Fowler 型の非線形項をもつ 2 階準線型の常微分方程式を考察し、係数が t の冪乗のように振舞うときに非有界な正值解の漸近形を決定した (以下の「主な発表論文等」[雑誌論文]の欄 ④ および ⑥)。

(3) ある高階準線型常微分方程式を考察し、すべての解が大域的に存在するための非線形項についての条件 (必要十分条件) を得た (内藤学の単著として論文執筆中)。

(4) Emden-Fowler 型の非線形項をもつ高階劣線形常微分方程式を、係数が t の冪乗のように振舞うときに考察し、いわゆる中間オーダーの正值解の漸近形を決定した (内藤学の単著として論文執筆中)。

(5) ある準線型常微分方程式とその線形化方程式に対する新しい恒等式を得た。また、その恒等式を利用して様々な境界値問題の解の一意性に関する結果を得た (以下の「主な発表論文等」[雑誌論文]の欄 ②)。

(6) 多次元球領域における優線型楕円型偏微分方程式の指定された回数符号変化する球対称解が一意であるための十分条件と非一意である例を得た。(以下の「主な発表論文等」[雑誌論文]の欄 ③)。

(7) 退化楕円型方程式 (不等式) に対する外部ノイマン問題を考察し、リューヴィル型定理の新しい証明法を与えた。証明法は、正值解のある種の「局所エネルギー」があるタイプのリッカチ型不等式を満たすことを利用したものである (以下の「主な発表論文等」[雑誌論文]の欄 ①)。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 6 件)

- ① 宇佐美広介、「Application of Riccati-type inequalities to asymptotic theory of elliptic problems」、Proceedings of the Royal Society of Edinburgh:Section A Mathematics、査読有、印刷中
- ② 田中敏、「An identity for a quasilinear ODE and its applications to the uniqueness of solutions of BVPs」、Journal of Mathematical Analysis and Applications、査読有、351巻、206-217頁、2009年
- ③ 田中敏、「Uniqueness of nodal radial solutions superlinear elliptic equations in a ball」、Proceedings of the Royal Society of Edinburgh:

Section A, Mathematics, 査読有、138 巻、1331-1343 頁、2008 年

- ④ 加茂憲一、宇佐美広介、「Positive unbounded solutions of second order quasilinear ordinary differential equations and its application to elliptic problems」、Czechoslovak Mathematical Journal、査読有、58巻、1153-1165頁、2008年
- ⑤ 馬渡美佐子、宇佐美広介、「On positive decaying solutions of quasilinear ordinary differential equations with singular nonlinearities」、Funkcialaj Ekvacioj、査読有、51巻、39-53頁、2008年
- ⑥ 加茂憲一、宇佐美広介、「Asymptotic forms of positive solutions of quasilinear ordinary differential equations with singular nonlinearities」、Nonlinear Analysis: Theory, Methods & Applications、査読有、68巻、1627-1639頁、2008年

[学会発表] (計 6 件)

- ① 田中敏、「On the nonuniqueness of nodal radial solutions of sublinear elliptic equations in a ball」、日本数学会 2009 年度年会 (春の学会)、2009 年 3 月 26 日、東京大学駒場キャンパス
- ② 宇佐美広介、「2 階準線型常微分方程式の緩減衰正值解の漸近形について：臨界的な場合」、日本数学会 2009 年度年会 (春の学会)、2009 年 3 月 26 日、東京大学駒場キャンパス
- ③ 内藤学、「高階劣線形常微分方程式の終局的正值解の漸近挙動」、日本数学会 2009 年度年会 (春の学会)、2009 年 3 月 26 日、東京大学駒場キャンパス
- ④ 杉江実郎、「3 次元時変線形システムの零解の漸近安定性」、日本数学会 2008 年度秋季総合分科会 (秋の学会)、2008 年 9 月 24 日、東京工業大学大岡山キャンパス
- ⑤ 内藤学、「高階準線型常微分方程式の解の延長可能性について」、日本数学会 2008 年度秋季総合分科会 (秋の学会)、2008 年 9 月 24 日、東京工業大学大岡山キャンパス
- ⑥ 宇佐美広介、「2 階準線型常微分方程式の緩減衰正值解の漸近形について II」、日本数学会 2008 年度年会 (春の学会)、2008 年 3 月 23 日、近畿大学本部キャンパス

6. 研究組織

(1) 研究代表者

内藤 学 (NAITO MANABU)

愛媛大学・大学院理工学研究科・教授
研究者番号：00106791

(2) 研究分担者

(3) 連携研究者

杉江 実郎 (SUGIE JITSURO)
島根大学・総合理工学部・教授
研究者番号：40196720

宇佐美 広介 (USAMI HIROYUKI)
広島大学・大学院理学研究科・准教授
研究者番号：90192509

田中 敏 (TANAKA SATOSHI)
岡山理科大学・理学部・准教授
研究者番号：90331959