

平成22年4月13日現在

研究種目：基盤研究（C）

研究期間：2007～2010

課題番号：19540190

研究課題名（和文）超越整関数の複素力学系における特異な現象の研究

研究課題名（英文）Studies on complex dynamics of transcendental entire functions

研究代表者

諸澤 俊介（MOROSAWA SHUNSUKE）

高知大学・教育研究部自然科学系・教授

研究者番号：50220108

研究代表者の専門分野：数物系科学

科研費の分科・細目：数学・基礎解析学

キーワード：複素解析、複素力学系、超越整関数、複素誤差関数、特異値、双曲成分

1. 研究計画の概要

(1) 科学研究費の多くは研究打ち合わせ、研究連絡、情報収集のための旅費および設備備品費として使用する。設備備品費はパーソナルコンピュータの購入に使用する。本研究において数値計算は重要な役割を果たす。計算結果から得られる絵は、問題発見や予想に用いられる。また、これらの絵は問題解決後には、その成果発表で解決に至った着想や問題意義の説明にも利用される。ラップトップコンピュータは軽量化し、性能もあがっているので、成果発表の場へ持参も不可欠である。

(2) 2次多項式は複素平面内にただひとつの臨界点を持つ関数であり、最も基本的な複素力学系の研究対象である。また、指数関数はただ一つの特異値、それは漸近値である、を持つ複素関数である。これは超越整関数の複素力学系の研究での最も基本的な関数族である。これらの発展として複数個の特異値を持つ関数族、特に漸近値を必ず持つ超越整関数の族を考える。基本的なものとして特異有限型整関数を扱う。この中でも二つの特異値を持つ特異有限型整関数の族のパラメータ空間における双曲成分を谷口と考察する。

(3) 二つの特異値を持つ特異有限型整関数で、その特異値が二つとも漸近値であるものが複素誤差関数である。この関数族のパラメータ空間を研究する。これは3次の多項式が有界な二つの臨界値を持つことに対応する。パラメータ空間における分岐の様子は興味深いものがある。

(4) 連携研究者の石崎克哉は関数方程式と微分方程式の専門家である。Schroeder の関数方程式における解の Schroeder 関数の値分布論的性質、とくにジュリアの方向とポレル

の方向、と関数方程式の定義関数の複素力学系的性質の考察をする。またこの研究は半共役な関数のもつ複素力学系的性質の研究にも関連している。

(5) 特異値とは臨界値あるいは漸近値である。これらの力学系的性質の違いを考えて行きたい。

2. 研究の進捗状況

(1) 研究連携者の谷口雅彦との二つの特異値を持つ特異有限型整関数族のパラメータ空間における双曲成分の性質についていくつかの結果を得た。特に **capture type** と呼ばれる双曲成分について、その存在、非存在について示すことができた。また、完全不変成分と特異値との関係も示すことができた。具体的な例となるパラメータの数値を求めることができ、それらの確証を与えて、さらにその値を用いてコンピュータグラフィクスを描くこともできた。このことをまとめて論文として出版した。

(2) 複素誤差関数族のパラメータ空間についていくつかの結果を得た。3次多項式のパラメータ空間における現象に対応するものとして、そのパラメータ空間における双曲成分の境界曲線に沿う放物型分岐について結果を得ることができた。一方では、通常の放物分岐について示すことができた。また、吸引不動点を持つ複素誤差関数のパラメータ空間での双曲成分の非有界性と個数評価が示せた。これを含むこの関数族についての結果をまとめる予定である。

(3) Schroeder 関数方程式に関する問題は、いくつかの結果を得たが、他研究者が同様の結果を発表してしまった。しかし、関数方程

式から導かれる超越整関数の漸近値が direct か indirect かという問題と、それらの個数評価の問題が考えられ、その解決へ向けてのアイデアがある。半共役の関数の力学系的性質については有理関数について結果を得たので、論文としてまとめた。

3. 現在までの達成度

② おおむね順調に進展している。
(理由)

特異有限型整関数については二つの特異値を持つものについてそのパラメータ空間の双曲成分について性質を示すことができ、論文を發表することができた。また、複素誤差関数については、論文にまとめる段階に入っている。さらに、これらの研究で、臨界値と漸近値の力学系的相違についての例が得られた。また、Schroeder 関数方程式の問題では、さらなる問題が見つかった。

4. 今後の研究の推進方策

(1) 超越整関数の複素力学系における特有の現象を研究対象とするので、特異値として漸近値を考えて行く。漸近値は、さらに direct なものと indirect なものに分けられる。これらについて Schroeder 関数の特異値に関する結果を得たが、すでに他研究者發表されてしまった。しかし、さらに進めてこれらの漸近値の個数評価を行いたい。

(2) 双曲成分について研究が進んだので、次にジーゲル円板について考えたい。ジーゲル円板の境界は特異値の前方軌道の閉包に含まれる。ジーゲル円板の有界性と境界上に特異値が存在するかどうかということの関係を調べたい。また、漸近値について、indirect なものがジーゲル円板の境界に存在するかということを考えて行きたい。

5. 代表的な研究成果

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計3件)

- ① Katsuya Ishizaki, Shunsuke Morosawa, Mitsunori Yakou, Semi-conjugate functions in the complex plane, Report of Researches Nippon Institute of Technology, 39, 142-145, 2010、査読無
- ② Shunsuke Morosawa, Masahiko Taniguchi, Dynamics of structurally finite entire functions with two singular values, Comput. Methods Funct. Theory。9、185-198, 2009、査読有
- ③ Shunsuke Morosawa, The parameter space of Error functions of the form $\int_a^z e^{-w^2} dw$, Complex Analysis and Potential Theory,

Proceedings of the Conference Satellite to ICM 2006, 174-177, 2007、査読無

[学会発表] (計5件)

- ① 諸澤 俊介, Siegel disks of transcendental entire functions and singular values, 複素力学系とその関連分野の総合的研究、2009年12月16日、京都大学大学院人間・環境学研究科
- ② 石崎 克也, Meromorphic Solutions of Functional equations $f(G(z))=R(f(z))$, 「等角写像論・値分布論」合同研究集会、2009年12月5日、東北大学
- ③ Shunsuke Morosawa, Bifurcations of error functions with real coefficients, Aspects of Transcendental Dynamics, 2008年6月19日、Jacobs University Bremen
- ④ 諸澤 俊介, Bifurcations of error functions with real coefficients, 複素力学系とその周辺分野の研究、2007年9月3日、京都大学数理解析研究所
- ⑤ 諸澤 俊介, Dynamics of complex error functions, The 15th International Conference on Finite or Infinite Dimensional Complex Analysis and Application, 2007年7月31日、大阪市立大学

[図書] (計0件)

[産業財産権]

○出願状況 (計0件)

名称：
発明者：
権利者：
種類：
番号：
出願年月日：
国内外の別：

○取得状況 (計0件)

名称：
発明者：
権利者：
種類：
番号：
取得年月日：
国内外の別：

[その他]

ホームページ

<http://www.math.kochi-u.ac.jp/morosawa/index.html>