

研究種目：基盤研究 (C)

研究期間：2007～2010

課題番号：19540193

研究課題名 (和文) 放物型方程式のポテンシャル論的研究

研究課題名 (英文) Potential theoretic approach to parabolic equations

研究代表者

西尾 昌治 (Masaharu Nishio)

大阪市立大学・大学院理学研究科・准教授

研究者番号：90228156

研究代表者の専門分野：ポテンシャル論

科研費の分科・細目：数学・基礎解析学

キーワード：複素解析、函数論、ポテンシャル論、放物型方程式、ベルグマン空間、熱方程式

### 1. 研究計画の概要

熱方程式などの放物型方程式に対し、その解空間の構造および、底空間の幾何学的状況などとの関係を解の積分表示などポテンシャル論的手法を用いて詳細に解析することが本研究の基本的な目的である。取り扱う放物型方程式は、ユークリッド空間およびリーマン多様体上の熱方程式、高階の放物型方程式である多重熱方程式、および、ラプラシアン分数ベキを含んだ微分積分方程式である。

### 2. 研究の進捗状況

上記研究計画において、本課題の研究開始から昨年度までの3年間で、大きく研究が進んだテーマは、多様体上の熱方程式と分数ベキの放物型方程式の研究である。一方、多重熱方程式に関してはいくつかの新しいアイデアは発見されてきているものの残念ながら研究成果として結実するに至っていない。

以下でその成果について詳細に説明する。

まず、多様体上の熱方程式については解を保つ変換についてくわしく研究し、3次元以上で次元が等しい場合の回転不変計量の場合にその多様体及び写像の決定問題を解決した。その成果は学術雑誌に発表予定である。これは本課題においてマルチン境界を決定する基礎と位置づけている結果である。

次に、分数ベキの放物型方程式については関数解析的手法をとり入れたことが大いに成功した。放物型ベルグマン空間上のカルレソン不等式の研究では特に指数の異なる場

合を取り扱い、埋め込み作用素の有界性やコンパクト性に関してほぼ完全な結果を得ることができた。また、トエプリッツ作用素については、その小ささを表す指標であるシャッテン族やヘルツ空間の概念に基づいて研究を進め、成果を学術雑誌および学会にて発表した。補間問題やその双対であるアトム分解についてもさらに研究が進展し、いくつかの成果が得られた。現在論文を準備中である。調和双対に関する結果については新たに時間変数に関する分数ベキ微分を用いて、非常に美しい結果が得られ、論文発表を行った。

### 3. 現在までの達成度

②おおむね順調に進展している  
(理由)

下記、研究成果を参照してもらえばわかるように、当初予定していた課題が順次解決され、それが新たな問題意識を生みながら本研究は順調に進展している。

### 4. 今後の研究の推進方策

今後は、ベルグマン空間で指数が無限の場合に対応するブロッホ空間へと研究をすすめていく計画である。また、最近ベルグマン核と多重ラプラス方程式との関係が明らかになりつつあり、この方面における研究の進展に期待が高まっているところである。

5. 代表的な研究成果

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 24 件)

① M. Nishio and K. Shimomura, Caloric morphism for rotation invariant metric, Hiroshima Math. J.. 掲載決定済み 査読有

② M. Nishio, N. Suzuki and M. Yamada, Carleson inequalities on parabolic Bergman spaces, Tohoku Math. J., 62 (2010). 掲載決定済み 査読有

③ M. Nishio, N. Suzuki and M. Yamada, Weighted Berezin transformations with application to the Toeplitz operators of Schatten class on the parabolic Bergman spaces, Kodai Math. J., 32 (2009), 501--520. 査読有

④ M. Nishio, N. Suzuki and M. Yamada, Interpolating sequences of parabolic Bergman spaces, Potential Analysis 28 (2008), 357-378. 査読有

[学会発表] (計 7 件)

① 鈴木紀明, 西尾昌治, 山田雅博, 放物型 Bergman 空間上の Schatten-Herz 族 Toeplitz 作用素について, 日本数学会, 2010 年 3 月 24 日, 慶応大学