

研究種目：基盤研究(C)

研究期間：2007～2010

課題番号：19540202

研究課題名(和文) 抽象的な代数を援用した偏微分方程式系の研究

研究課題名(英文) Study on systems of partial differential equations applying the abstract algebra

研究代表者

松本 和一郎 (MATSUMOTO WAICHIRO)

龍谷大学・理工学部・教授

研究者番号：40093314

研究代表者の専門分野：偏微分方程式論、実函数論

科研費の分科・細目：数学・基礎解析学

キーワード：(1) 南雲型の Cauchy-Kowalevskaya の定理 (2) 擬 Jordan 型の標準形

(3) 系の行列式理論 (4) p-parabolic system (5) 強双曲系 (6) 超弱双曲系

### 1. 研究計画の概要

本研究の目的は一般の偏微分方程式系に対する初期値問題において、系の組織的かつ合理的取り扱い方法を確立することである。具体的課題として

- (1) 南雲型 Cauchy-Kowalevskaya の定理が成り立つための必要十分条件の研究
- (2) 強双曲系のための必要十分条件
- (3) P-parabolic 系の定義の確立と半群理論の構成

の3つを掲げている。

### 2. 研究の進捗状況

上記の課題(1)については、一般的な「松本の予想」があり、時間微分1階・空間微分2階の系かつ2階部分のランクが高々1の場合は肯定的に解決されている。予想が一般的に正しいことを示すために、一般論の前段階として  $3 \times 3$  かつ時間微分1階・空間微分2階の系において2階部分にランクの仮定を置かない場合を研究し、肯定的結果を得た。現在は  $4 \times 4$  の場合を検討していて、これがうまくいけば一般論への道が開けると確信している。なお、現在の証明法では、必要条件は行列の成分で表記し、十分性を証明するときは行列間の関係式で表記している。もちろん、両者は同値であるが、一般論を展開するには、条件の書き直しが推論を複雑にする。この点の改善のために、必要条件も行列間の関係式として得られるように、必要条件の証明法を変更することにも取り組んでいる。

課題(2)については、最近の研究分担者

西谷氏の研究で、単独2階の場合でも係数が空間変数・時間変数に依存する一般の場合には、強双曲型・弱双曲型の他に「超弱双曲型」が存在し、その解析には特性帯の挙動の詳細な解析が必要なが分かった。このようなカテゴリーの存在が、強双曲性に限った系の研究にも困難として立ちはだかるのか、分析中である。もし、困難として立ちはだかるのであれば、問題解決に想定している証明のプロセスを根本的に見直さなければならない。現時点までには、「超弱双曲的」事態は強双曲系には関わらないことを示唆する結果が出つつある。したがって、証明の戦略の変更は必要ないと予想している。

課題(3)については、アイデアはあるのであるが、この研究に関する研究分担者の組織の移動があり、共同研究の体制の再構築に手間取り、研究があまり進捗していない。

### 3. 現在までの達成度

課題(1)について

おおむね順調に進展している。

(理由)「進捗状況」に記したように、一般論につながる前段階的研究成果が積み重なっていることである。研究代表者が学内役職による多忙で、研究成果を論文にまとめる余裕がないことが残念である。

課題(2)について

やや遅れている。

(理由)研究を進める中で、当初予想していなかった「超弱双曲型」の存在が明らかになり、研究計画を再検討することが必要になったことにある。

課題(3)について

遅れている。

(理由)「進捗状況」に記したように、共同研究の体制の再構築に手間取っていることにある。

#### 4. 今後の研究の推進方策

課題(1)(2)については、現状の研究を継続的に行う。なお、(1)については、証明の戦略の見直しも行う。現在の証明法では、必要条件は行列の成分で表記し、十分性を証明するときは行列間の関係式で表記している。もちろん、両者は同値であるが、一般論を展開する際には、条件の書き直しが推論を複雑にし、わかりにくい。そこで、必要条件も行列間の関係式として十分性の証明の際と同じ表記で得られるように、必要条件の証明法を変更することにも取り組む。研究期間の最終年度であるから、4年間の研究成果にまとまりがあるように配慮する。課題(3)については、共同研究の体制を再構築し、部分的にでも成果を出したいと思って努力している。

#### 5. 代表的な研究成果

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文](計20件)

T. Nishitani: On Gevrey well-posedness of the Cauchy problem for some non-effectively hyperbolic operators, *Advances in Phase Space Analysis of Partial Differential Equations*, Birkhauser, 査読有り, 2009, 217-233.

F. Colombini and T. Nishitani: Second order weakly hyperbolic operators with coefficients sum of powers of functions, *Osaka J. Math.* 査読有り, vol. 44, 2007, 121-137.

F. Colombini and T. Nishitani: An example of the Cauchy problem well posed in any Gevrey class, *Annali Mat. Pura Appl.* 査読有り, vol. 186, 2007, 521-643.

[学会発表](計7件)

西谷 達雄: 非効果的的双曲型方程式の初期値問題と Gevrey 空間 (特別講演), 日本数学会, 2010年3月24日, 慶応大学.

西谷 達雄: 2次特性点をもつ双曲型作用素と Gevrey クラス (特別講演), 日本数学会, 2008年3月23日, 近畿大学.