

機関番号：14301

研究種目：基盤研究(C)

研究期間：2007 ～ 2010

課題番号：19540215

研究課題名（和文）共形場理論、超対称性理論に基づく超対称多様体の研究

研究課題名（英文） Conformal Field Theories, Supersymmetric Theories
and Supermanifolds

研究代表者

杉山 勝之 (SUGIYAMA KATSUYUKI)

京都大学・理学研究科・助教

研究者番号：60293841

研究成果の概要（和文）：

超空間における多様体の性質の解明に向けて、数理物理学の手法であるシグマ模型の立場から解析を行ない、超多様体として整合的なものは何かについて精査し、新たな模型の構築を目指した。また、多様体の内部自由度を表すモジュライ空間の特異的な振る舞いは素粒子物理学でのゲージ理論を特徴づけるものとして顕著な役割を演じる。この空間の幾何学量についての解析を行ない、特異性の構造について新たな知見を得た。

研究成果の概要（英文）：

We studied supermanifolds embedded in superspaces by using the sigma models from a mathematical physics viewpoint. We investigate consistency conditions of the supermanifolds and try to construct new models that can be applied to string theories and gauge theories. Moduli spaces of the models play important roles in such cases. These spaces represent internal properties of the manifolds and have remarkable geometrical data that characterize the manifolds. We analyzed singularities of the moduli spaces by investigating geometrical objects of the spaces and obtained new results.

交付決定額

(金額単位：円)

	直接経費	間接経費	合計
2007年度	1,000,000	300,000	1,300,000
2008年度	700,000	210,000	910,000
2009年度	700,000	210,000	910,000
2010年度	700,000	210,000	910,000
年度			
総計	3,100,000	930,000	4,030,000

研究分野：数物系科学

科研費の分科・細目：数学・大域解析学

キーワード：超対称性、多様体上の解析、数理物理

1. 研究開始当初の背景

非自明な背景場での弦理論や特異性を持つ多様体上の弦理論と、その有効理論であるゲージ理論及び重力理論の非摂動効果を明らかにしようとする試みが精力的に進展していた。

Dijkgraaf-Vafaによる $N=1$ Yang Mills理論のF-termの解析やOoguri, Strominger, VafaによるBlack Holeのエントロピー計算は、特異性を持つ時空やゲージ理論の非摂動効果が特異性を持つ多様体と関連することを示唆する具体例であり、この方向性での更なる理解が期待されていた。

またS-, T-dualityなど様々なstring dualityが提唱されており、Hetero, Type II, M-theoryなどが相互に関連しているが、更にopen-closed dualityによりsuper gravityとSuper Yang Mills (SYM) 理論が関連付けられ、この双対性に関するAdS/CFT対応などのtopicsが活発に研究されている。これらのdualityによって、弦理論あるいはsugra sideから $N=4$ SYMの性質を解明しようとする試みが様々な研究されている。例としてはツイスター型空間を用いた弦理論によるSYMの解析があり、 $N=4$ SYMのMHV amplitudeの具体形を導出しようとする試みがWitten, Cachazoなどにより提唱されてきた。

一方で数学側からの動機としては、超空間における多様体の扱いは未だ明確なものとはなっておらず、これが解明されればミラー対称性、量子コホモロジーのより深い理解や、消滅サイクルに関連したgeometric transitionについての新たな知見が得られると期待されていた。

2. 研究の目的

特殊ホロノミーをもつ超対称多様体の扱い

は未だ明確なものではなく、その性質の解明や深い理解はツイスター型弦理論、AdS弦理論、super Yang Mills理論などの超対称性理論への応用をもたらす、数理論理・場の理論への影響は計り知れない。本研究の目的は超空間における多様体の扱いを明確にすることを目指したものである。

超対称ゲージ理論などの興味ある性質を持つ弦の有効理論を実現するために特殊ホロノミーを持つ多様体が重要な役割を担っている。これらの多様体上の弦やその有効理論を記述する方法として

(1) type II弦のF-term

(2) ブレイン上のゲージ理論

(3) 共形場理論 (CFT)

の3つの方法がある。(1)はF-termのholomorphyに注目したものであり、(2)は開弦セクターに注目しブレイン上の有効理論を用いる方法、(3)は世界面上の共形場理論を用いる代数的構成である。また、これを補足するものとしてlarge N dualityとしてのAdS (gravity) /CFT (Yang Mills) 双対性がある。本研究では2次元CFTの立場((3)の立場)から解析を行ない、整合的な理論の構成を行なうとともに、新しいクラスの模型を提唱することを目指したものである。また、超対称有効理論への応用に向けての手掛かりとなるものの探索を目指したものである。

3. 研究の方法

超空間における多様体の性質の解明に向けて、2次元シグマ模型の立場から解析を行ない、超多様体の整合性、及びモジュライ空間の構造の解明という立場から超空間として実現可能な模型について系統的な解析を行った。この記述は超対称共形不変な理論が実現するための条件を表しており、

超空間における特殊ホロノミー多様体を構成する上で基本的なものと成り得る。

また、世界面上の超共形場理論として実現した場合、超多様体の場合は、それだけでは決定できない埋め込みに由来する不定性が存在する。そこでsingular locusに着目し、その埋め込みに由来する構造から整合的な模型を具体的に構成する手法を模索した。

AdS背景場での超弦理論のBPSセクターはツイスター型弦理論に代表されるように2次元位相的シグマ模型で記述される場合があり、一方でそれは特異性を持つ多様体と深く関係している。超対称ゲージ理論などの超対称性有効理論への応用を目指して特異構造を持ち得る模型について位相的シグマ模型の立場から系統的な解析を行なった。

4. 研究成果

(1) 超空間における特殊ホロノミー多様体の性質の解明に向けて、2次元シグマ模型の立場から解析を行った。Supermanifoldの整合性条件、及び可能な多様体の分類という立場から2次元シグマ模型がF-termを持つ場合について新たに解析を行い、anomalyの表示、対応する超共形カレントを得た。この記述は超対称共形不変な理論が実現するための条件を表しており、対応する模型は従来のLandau-Ginzburg modelを超空間の場合に拡張したものに対応し、超空間における特殊ホロノミー多様体を構成する上で基本的なものと成り得る。この結果について、物理学会年次大会(立教大学)で発表報告をした。

(2) 超空間における多様体の性質の解明を目指し、2次元シグマ模型の立場から射影空間型などの場合について解析を行い、モジュライ空間の具体的な表式を得た。射影

型超多様体の場合はモジュライ空間自体が射影的超空間になるが、超曲面として実現される超多様体は、その中に埋め込まれた部分空間になることが判明した。この記述は超多様体をターゲット空間とするシグマ模型の世界面インスタントンの解明に向けての足がかりとなるものであり、対応する模型は従来の位相的弦模型を超空間に拡張したものになっている。これは超空間における量子コホモロジーを解析する際に基本的な要素となりえるものである。この結果について、物理学会(山形大学)で発表報告をした。

(3) 超空間におけるカラビ・ヤウ多様体について、弦理論の超対称性有効理論である超重重力理論、超対称ゲージ理論などへの応用を目指して超空間として実現可能な模型について系統的な解析を行った。世界面上の理論として実現した場合、超共形場理論として記述されるが、超多様体の場合は、それだけでは決定できない埋め込みに由来する任意性が存在する。そこでsingular locusに着目し、その埋め込みに由来する構造を精査し、超カラビ・ヤウと成り得る模型を具体的に構成する手法を見出した。さらに、超共形場理論の立場から指標の構造を具体的に調べることにより、target spaceとしての解釈に向けて新たな知見を得た。この結果について、物理学会(甲南大学)で発表報告をした。

(4) 超多様体について、超対称性有効理論への応用を目指してfiber spaceとしての構造を持ち得る模型について系統的な解析を行った。AdS背景場での超弦理論のBPSセクターは2次元位相的シグマ模型で記述され、それは一方でツイスター型超空間や

super conifoldと深く関係している。また、弦双対性に現れる多様体はfiber spaceの構造を有する。そこでfiber spaceとして実現し得る超多様体を系統的に構成、分類する方法を開発するために、位相的シグマ模型の立場から解析を行った。モジュライ空間のsingular locusに着目し、fiber spaceと成り得る模型を具体的に探索した。この結果について、物理学会(近畿大学)、物理学会年次大会(岡山大学)で発表報告をした。

(5) 超空間における超多様体の性質の解明を目指し、2次元シグマ模型の立場から解析を行ない、状態の多重度と多様体の不変量との関係を系統的に調べた。世界面理論の立場からLandau-Ginzburg模型として実現可能なものを系統的に構成するとともに、理論の指標を具体的に調べることによりsingular typeの分類に向けて特異性理論との関係を精査し、target spaceとしての新たな知見を得た。また、超対称性有効理論への応用を目指し、モジュライ空間のsingular locusに着目し、位相的シグマ模型の立場から量子コホモロジーの構造を具体的に調べた。超対称ゲージ理論への応用に向けて、fiber spaceの構造を有する模型に対して、singular locus, オペレーター積構造についての考察を行なった。この結果について、物理学会(九州工業大学)で発表報告した。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計0件)

[学会発表] (計6件)

① 杉山勝之、位相的シグマ模型によるカ

ラビ・ヤウ多様体の解析、日本物理学会、2010.9.14、九州工業大学戸畑キャンパス

② 杉山勝之、2次元超対称シグマ模型による超多様体の解析、日本物理学会、2010.3.21、岡山大学津島キャンパス

③ 杉山勝之、2次元シグマ模型による超多様体の解析、日本物理学会、2009.9.11、甲南大学岡本キャンパス

④ 杉山勝之、超対称シグマ模型によるカラビ・ヤウ多様体の解析、日本物理学会、2009.3.30、立教大学池袋キャンパス

⑤ 杉山勝之、超対称シグマ模型によるsupermanifoldの解析、日本物理学会、2008.9.23、山形大学小白川キャンパス

⑤ 杉山勝之、カラビ・ヤウ多様体上のシグマ模型の解析、日本物理学会、2008.3.26、近畿大学、東大阪キャンパス

[図書] (計0件)

[産業財産権]

○出願状況 (0件)

○取得状況 (計0件)

[その他]

ホームページ等
該当なし

6. 研究組織

(1) 研究代表者

杉山 勝之(SUGIYAMA KATSUYUKI)
京都大学・理学研究科・助教

研究者番号：60293841

(2) 研究分担者

該当なし

(3) 連携研究者

該当なし