

研究種目：基盤研究（C）

研究期間：2007～2010

課題番号：19540216

研究課題名（和文）非線形発展方程式の最適制御とパラメータ同定問題の研究

研究課題名（英文）RESEARCH OF OPTIMAL CONTROL AND PARAMETER IDENTIFICATION PROBLEMS FOR NONLINEAR EVOLUTION EQUATIONS

研究代表者

中桐 信一（SHIN-ICHI NAKAGIRI）

神戸大学・工学研究科・教授

研究者番号：20031148

研究代表者の専門分野：数物系科学

科研費の分科・細目：数学・大域解析学

キーワード：変分法 最適制御 逆問題

1. 研究計画の概要

非線形関数解析の手法に基づき、非線形偏微分方程式を抽象空間上の発展方程式としてとらえ、変分法および半群理論による立場から制御問題、安定化問題、パラメータ同定問題を定式化しその解決をはかる。具体的な問題の解決には各々非線形のタイプに応じた固有の解析が必要になる。この事と研究手法の違いに留意して、本研究では次の3つのテーマに分けて研究を進める。

- (1) 非線形波動方程式の制御同定問題
- (2) 反応拡散方程式系の可制御安定化問題
- (3) 時間遅れ発展方程式系の制御同定問題

2. 研究の進捗状況

上記の各テーマ毎に説明する。

- (1) 強い減衰項を持つ非線形波動方程式に対し空間パラメータ同定問題を解決した。さらに非線形性の強い構造減衰を持つ膜の方程式に対し、拡散と減衰の未知定数パラメータ同定問題を研究し、最適パラメータの存在と一意性および最適性の必要条件を導いた。加えて非局所積分項をもつ非線形 Kirchhoff型方程式等を対象として、最適制御問題を研究し、速度分布観測の場合に新しい最適性のための条件を与えた。本テーマに関し、期間中5編の学術論文を出版した。そこでの研究成果にもとづき、4階の非線形波動方程式系に対する最適制御問題の研究を進めている。
- (2) 2層からなる拡散の影響を考慮した熱交換器方程式系やプラグフロー移流拡散方程式系に対し、可制御可観測性の問題と境界制御安定化問題を解決した。特に、スピルオーバー現象を回避するため2種類の有限次元オ

ブザーバを導入し、有限次元安定化コントローラを構成した。また非線形放物型発展方程式に関して、抽象的な立場からパラメータ同定問題の最適解の必要条件を導いた。本テーマに関し、期間中6編の学術論文を出版した。この研究はさらに多層からなる反応拡散系に拡張され、様々な方向に研究が進んでいる。(3) ボルテラ積分項を持つ2階の非線形発展方程式の基礎理論を構築した。その応用として非線形の長期記憶を持つ粘弾性方程式を対象として、最適制御問題とパラメータ同定問題を研究した。その本質的に困難な点は、データやパラメータに関するフレッシュ微分可能性とその連続性を証明する事にある。その繁雑かつ困難な証明を実行し、本テーマに関しては期間中3編の学術論文を出版した。(4) 研究計画で挙げたテーマではないが、密接に関連するテーマの研究を行った。具体的にはファジー微分方程式の基礎理論の研究とファジー制御系の可制御性の問題を考察した。加えて函数方程式で記述される力学系の漸近安定性を調べた。本テーマに関し、期間中3編の学術論文を出版した

3. 現在までの達成度

①当初の計画以上に進展している。
(理由)考察する3つの主要研究テーマのうち(1)は、継続的な研究により基本的な問題は既に解決済みである。そこで開発された手法をテーマ(3)に適応する事ができた。積分遅れがあっても問題の設定法次第で困難な個所が類似であることを示す事ができて、思いがけず急速に(3)の研究が進んだ。さらにテーマ(3)については、逆問題で有効な武器で

ある変形公式を用いて、指数安定性をもつ状態に導く制御則の構成に成功した。この手法は、実に多くの応用を持つことがわかり予想外の方向に研究が広がって行った。加えてこの時期報告者の体調が良好で研究時間が比較的多く取れたためである。

4. 今後の研究の推進方策

上記の各テーマ毎に説明する。

(1) 2階の非線形波動方程式の制御同定問題については多くの問題を解決したので、今後は、4階の非線形波動方程式系と量子制御系に対する最適制御問題の研究を行う。

(2) 様々なタイプの移流拡散方程式系および非局所項をもつ熱方程式系の制御同定問題および境界安定化問題についての研究を進める。その際拡張された変形公式を有効に用いる。また変形公式を波動方程式系に適用する。

(3) 抽象空間上の2階非線形ボルテラ型微分積分方程式の解の存在や外力や初期値に関するフレッシュ微分可能性とその連続性を調べる。その結果を用いて関連する制御同定問題の解決をはかる。

5. 代表的な研究成果

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 18 件)

- ① J-S. Hwang, S. Nakagiri, Optimal control problems for Kirchhoff type equations with a damping term, *Nonlinear Analysis TMA*, Vol. 72 (2010), pp. 1621-1631, 査読有.
- ② H. Sano, S. Nakagiri, Stabilization of a coupled transport-diffusion system with boundary input, *J. Math. Anal. Appl.*, Vol. 363 (2010), pp. 57-72, 査読有.
- ③ H. Sano, S. Nakagiri, On observability of parallel-flow diffusive heat exchanger equations, *Proc. Japan. Acad.*, Vol. 85, Ser.A, No.5 (2009), pp. 61-66, 査読有.
- ④ 佐野 英樹、中桐 信一、プラグフロー反応拡散方程式の可到達性・可観測性について、システム制御情報学会論文誌, Vol. 22-5 (2009), pp. 177-190, 査読有.
- ⑤ J. Vanualilai, B. Sharma, S. Nakagiri, An asymptotically stable collision-avoidance system, *International J. Nonlinear Mechanics*, Vol. 43 (2008), pp. 925-932, 査読有.
- ⑥ J-H, Ha, S. Nakagiri, H. Tanabe, Frechet differentiability of solution mappings for semilinear second order evolution equations, *J. Math. Anal. Appl.*, Vol. 346 (2008), pp. 374-385, 査読有.

- ⑦ J-S. Hwang, S. Nakagiri, On semi-linear second order Volterra integro-differential equations in Hilbert space, *Taiwanese J Math.*, Vol. 12-3 (2008), pp. 679-701, 査読有.
- ⑧ J-S. Hwang, S. Nakagiri, Parameter identification problems for the equation of motion of membrane with strong viscosity, *J. Math. Anal. Appl.*, Vol. 342 (2008), pp. 125-134, 査読有.
- ⑨ J-S. Hwang, S. Nakagiri, Weak solutions of the equation of motion of membrane with strong viscosity, *J. Korean Math. Soc.*, Vol. 44-2 (2007), pp. 443-453, 査読有.
- ⑩ S. Nakagiri, J-H Ha, J. Vanualilai, Parameter identification problems for a class of strongly damped nonlinear wave equations, *Scientiae Mathematicae Japonicae*, Vol. e-2007, pp. 585-600, 査読有.
- ⑪ S. Nakagiri, Identification problems for semilinear parabolic evolution equations, *SICE Annual Conference 2007*, pp. 846-849 (CD-ROM), 査読有.

その他 7 編

[学会発表] (計 26 件)

- ① H. Sano, S. Nakagiri, Backstepping boundary control of first-order coupled hyperbolic partial integro-differential equations, *Recent Advances in Applied mathematics: Proceedings of the 14th WSAES Internat. Conference on Applied Math.*, December 14-16, 2009, Puerto De La Cruz, Tenerife, Canary Island, Spain.
- ② 中桐 信一、佐野 英樹、Boundary reachability of a parallel-flow three-fluid diffusive heat exchange process, 2009年度日本数学会函数解析分科会 2009.9.24 大阪大学
- ③ 中桐 信一、佐野 英樹、プラグフロー反応拡散方程式の可到達性と可観測性、数理解析研究所研究集会「関数方程式のダイナミクスと数理モデル」京都大学 2008.11.6.
- ④ S. Nakagiri, Reachability and observability of a plug-flow reactor diffusion equation, Invited lecture at the University of South Pacific, Suva, Fiji. August 20, 2008.
- ⑤ S. Nakagiri, Volterra integro-differential equations and optimal control problems, *International Symposium on Mathematical Modelling and Computational Methods in Science and Engineering MMCom 2007*, Kobe, October 22-25, 2007.

その他 21 編