

研究種目：基盤研究（C）

研究期間：2007～2010

課題番号：19540218

研究課題名（和文）ヒルベルト C^* 双加群と複素力学系への応用の研究

研究課題名（英文）Research for Hilbert C^* -bimodules and their application to complex dynamical systems

研究代表者 梶原 毅 (KAJIWARA TSUYOSHI)

岡山大学・大学院環境学研究科・教授

研究者番号：50169447

研究代表者の専門分野：作用素環論

科研費の分科・細目：数学 大域解析学

キーワード：KMS state, ヒルベルト C^* -双加群、代数コレスポネンクス、複素力学系

1. 研究計画の概要

(1) 有理関数力学系、自己相似写像から作られる C^* -環のゲージ作用に関する KMS state について以前から行っていた研究をさらに進める。

(2) 分岐点を持つ場合など、有限生成ではないヒルベルト C^* 双加群に対して、生成する C^* -環の性質をさらに調べる。

(3) 有理関数力学系から作られる C^* -環に対する研究をさらに続けるとともに、単一の有理関数から作られる力学系以外の状況に対しても C^* -環を構成し、単純性、純無限性を与える条件を見出す。さらに具体例について K -群の計算を行い、もとの力学系の情報の復元を目指す。

2. 研究の進捗状況

(1) 有理関数力学系および自己相似写像から作られる力学系から、ヒルベルト C^* -双加群によって C^* -環を構成し、その上のゲージ作用に関する KMS state の分類の研究を完成させた。特に有理関数力学系においては KMS state の完全分類を行うことができ、 C^* -環とゲージ作用の情報から、もとの力学系の分岐点の数、被覆次数、例外点の個数、タイプなどの情報を復元することができた。さらに、KMS state から生成されるフォンノイマン環の型の分類も完成させた。以上の結果を論文として発表した。さらに、分岐点の逆軌道の情報も一部復元することができ、日本数学会で発表した。

(2) 有理関数力学系の一般化である代数コレスポネンクスに対してヒルベルト C^* 双加群

によって C^* -環を構成し、単純かつ純無限になるための条件を与えた。さらに不変集合がトーラスの場合の具体例について K -群を計算し、グラフが結びつくことによってできる分岐点が K -群に現れることを示した。

(3) 有理関数力学系、および自己相似写像力学系から作られるヒルベルト C^* -加群は有限生成ではなく加算基底を用いる必要があるが、これまで具体的な加算基底の構成は知られていなかった。すべての有理関数力学系と適切な条件を満たした自己相似写像力学系から作られるヒルベルト C^* -加群に対して加算基底の具体的な構成を行った。さらにその応用として、これらの力学系から作られる C^* -環の KMS state の構成の別証明を行った。

(4) Cuntz-Pimsler 環の一般化である relative Cuntz-Pimsler 環に対して KMS state の構成定理を拡張し、応用として、有理関数力学系などの離散化と思えるグラフ力学系から作られる C^* -環の KMS state 分類を行っている。また、有理関数力学系から作られる C^* -環において、リーマン球面上の関数からなる環が極大可換になることを示した。これら研究の経過は日本数学会で発表している。

3. 現在までの達成度

当初の目的以上に進展している。

(理由)

(1) 特に有理関数力学系に対して KMS state の完全分類を行い、さらに構成された C^* -環とゲージ作用から、もとの力学系につ

いての多くの情報を復元することができ
おり、この結果はインパクトが強い。

(2) 分岐点を持つ被覆から作られるヒル
ベルト C^* -加群の加算基底を具体的に構成す
ることは今までに行われていなかった。さら
に今回採用した方法は、ウェーブレットとの
関係も期待できる。

(3) 代数コレスポネンスは、有理関数と
クライン群の双方を含む一般的な概念であ
り、多くの例を含んでおり、証明した定理は
多くの適用例を持つものである。

(4) KMS state の研究をさらに発展させ、
有理関数力学系の場合に分岐点の逆軌道の
情報を一部復元している。Cuntz-Pimsner
環の構成でリーマン球面上の連続関数環が
標準的なものではないので、興味深い。この
研究は、極大可換環の研究と合わせて、有
理関数力学系、自己相似写像力学系から作
られる C^* -環のコアの解析につながっている。

(5) 複素力学系の研究集会で講演し、多
くの有益なコメントを得、複素力学系と作
用素環の交流についての展望を得た。

4. 今後の研究の推進方策

(1) 複素力学系の離散化と考えられる記
号力学系の1種である有限グラフから作ら
れる C^* -環に対する KMS state の分
類の研究を完成させ、論文として公表する。

(2) 有理関数力学系、自己相似写像力学
系から作られる C^* -環のコアの解析を進
め、性質を研究するとともに、記号力学系
とのアナロジーの観点からの研究を進める。

(3) 有理関数の状況からの拡張をさら
に進める。また Self-similar group との
関係も徐々に明らかにしていく。

(4) 極大可換環について得られた結果
から複素力学系の軌道同形の理論の発展
につなげていく。

5. 代表的な研究成果

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者
には下線)

[雑誌論文] (計3件)

- ① T.Kajiwara and Y.Watatani,
 C^* -algebras associated with algebraic
 correspondences, Journal of Operator
 Thoery, in press 査読有
- ② T.Kajiwara, Countable basis for Hilbert
 C^* -modules and classification of KMS
 states, Contemporary Math.
 503(2009),73-91 査読有
- ③ M. Izumi, T.Kajiwara and Y.Watatani,
 KMS states and branched points,
 Ergodic Thoery and Dynamical System,
 27(2007), 1887-1918 査読有

[学会発表] (計 6件)

1. 綿谷安男・梶原毅、グラフ C^* 環の KMS
 states, 日本数学会 2010 年年会、慶応
 義塾大学 2010 年 3 月 26 日
2. 梶原毅・綿谷安男、複素力学系から作ら
 れる C^* 環の極大可換環、日本数学会
 2009 年秋季総合分科会、大阪大学 2009
 年 9 月 25 日
3. 綿谷安男・梶原毅、 C^* -correspondences
 から作られる C^* -環上の KMS state、日
 本数学会 2009 年年会、東京大学 2009
 年 3 月 28 日
4. 梶原毅・綿谷安男、複素力学系に付随す
 る C^* -環と分岐点の負の軌道、日本数
 学会 2008 年秋季総合分科会、東京工業大
 学 2008 年 9 月 25 日
5. 綿谷安男・梶原毅、Algebraic
 correspondences から作られる C^* 環
 の例、日本数学会 2008 年年会、近畿大
 学 2008 年 3 月 25 日
6. 綿谷安男・梶原毅、Algebraic
 correspondence から作られる C^* -環、日
 本数学会 2007 年秋季総合分科会、東北
 大学 2007 年 9 月 23 日