

平成23年 5月 11日現在

機関番号：15301
 研究種目：基盤研究（C）
 研究期間：2007～2010
 課題番号：19540218
 研究課題名（和文）ヒルベルト C^* 双加群と複素力学系への応用の研究
 研究課題名（英文）Research for Hilbert C^* -bimodules and their application to complex dynamical systems
 研究代表者
 梶原 毅（KAJIWARA TSUYOSHI）
 岡山大学・大学院環境学研究科・教授
 研究者番号：50169447

研究成果の概要（和文）：

リーマン球面上の有理関数力学系、自己相似写像力学系からヒルベルト C^* -双加群によって作られる C^* -環の KMS state の分類を行い、特に有理関数では完全分類を行った。また、有理関数の拡張として、分数冪関数も例として含む代数コレスポネンスに対しても、ヒルベルト C^* -双加群によって C^* -環を構成し、単純かつ純無限という有用なクラスにはいるための条件を求め、さらに具体例の代数不変量である K -群の計算を行った。また、有理関数、自己相似写像など分岐点をもつ力学系から作られるヒルベルト加群に対して、具体的な可算基底の例を初めて与えることができた。

研究成果の概要（英文）：

We classified KMS states on C^* -algebras constructed from the dynamical system on Riemannian sphere by rational functions and self-similar maps. Especially, we have made a complete classification for rational function cases. We constructed C^* -algebras using Hilbert C^* -bimodules for algebraic correspondences, which are generalization of rational functions, and have got sufficient conditions for simplicity and pure infiniteness of such C^* -algebras. We constructed concrete examples of countable infinite basis for Hilbert C^* -modules constructed from dynamical systems which have branch points, for example, rational functions and self-similar maps.

交付決定額

（金額単位：円）

	直接経費	間接経費	合計
2007年度	600,000	180,000	780,000
2008年度	500,000	150,000	650,000
2009年度	500,000	150,000	650,000
2010年度	500,000	150,000	650,000
年度			
総計	2,100,000	630,000	2,730,000

研究分野：作用素環論

科研費の分科・細目：数学、大域解析学

キーワード：(自己評価書) C*-環、ヒルベルト C*-双加群、複素力学系、自己相似写像、KMS state、K-群

1. 研究開始当初の背景

研究開始当初の背景は以下の通りである。

- (1) ヒルベルト C*-双加群から C*-環を構成して構造を調べる研究を世界に先駆けて実施し、単純性を与える条件を提示した。
- (2) 有理関数から与えられる力学系、また自己相似写像から作られる力学系のように分岐点を持つ力学系に対して、分岐点を取りこむヒルベルト C*-環の定義を提唱し、作られる C*-環の単純性、純無限性を示している。
- (3) 有理関数力学系でジュリア集合が分岐点を含まない特別な場合において、作られる C*-環の KMS state が Lyubich 測度から与えられるものに限ることを示した。この時点では一般的な状況については不明であった。
- (4) 可算ヒルベルト C*-加群、双加群の性質、特に可算基底の一般的な性質について詳しく調べており、基底のテンソルについても結果を得ていたが、有理関数力学系などにおける具体的な基底は得ていなかった。

以上のように、本研究に進む準備は整っていた。

2. 研究の目的

本研究の目的は以下の通りである。

- (1) これまでヒルベルト C*-双加群から作られる C*-環に対して行ってきた単純性、純無限性などの証明を整理し、より広い範囲の例に対して適用できるようにする。
- (2) 力学系から作られる C*-環のエルゴード的性質と解釈できるゲージ作用に関する KMS state の分類を進め、KMS state の情報からもとの力学系の情報を復元することをめざす。
- (3) 従来研究してきた有理関数力学系よりも

一般的な例に対しても C*-環を構成し、作られる C*-環の性質を調べる。また具体例に対して、K-群の計算を行えるようにする。

- (4) これまで行ってきた複素力学系、自己相似写像で得られていることから新たな C*-環の例を作ることに加えて、C*-環から力学系への有意義なフィードバックを行うことをめざす。

3. 研究の方法

本研究の方法は以下の通りである。

- (1) 有限生成とは限らない可算生成ヒルベルト C*-双加群について、Pimsner 環の単純性、純無限性定理の成り立つ範囲を広げる。
- (2) 有理関数力学系およびそのさまざまな一般化から構成される C*-環に対して K-群の計算を行い、K-群からもとの力学系の情報を復元する。
- (3) 複素力学系、自己相似写像力学系から作られる C*-環のゲージ作用に関する KMS state の研究を行い、分岐指数などもとの力学系の情報を復元する。
- (4) 複数多項式から作られる力学系、さらに超越関数力学系などについても、C*-環を構成し性質を研究する。
- (5) 複素力学系の研究者との交流を積極的に行う。また、複素力学系をテーマとした研究会、シンポジウムなどにおいて研究発表を行う。

4. 研究成果

本研究の研究成果は以下の通りである。

- (1) 有理関数から作られるリーマン球面上の非可逆力学系、および自己相似写像から作ら

れる力学系から、ヒルベルト C^* -双加群を構成することによって作られる C^* -環に対して、ゲージ作用に関する KMS state の研究を行った。二つの例を含む一般的なクラスに対して、KMS state の分類定理を示すことができた。特に有理関数で与えられる力学系に対しては、KMS state の完全分類を行うことができた。さらに、構成された C^* -環とその上のゲージ作用の情報から、もとの力学系の分岐点の数、被覆次数、例外点の個数とタイプなどの情報を復元することができた。さらに、KMS state の GNS 表現によって生成されるフォンノイマン環のタイプも決定した。以上の結果は、論文で公表した。また、論文公表時点では分岐点の逆軌道の情報にあつかうことができなかったが、その後一部復元することができ、日本数学会で口頭発表を行っている。

(2) Ballet らによって研究され有理関数力学系の一般化と考えられる代数コレスポネンズに対してもヒルベルト C^* -双加群を構成し、それを經由して C^* -環の構成を構成した。構成した C^* -環が単純かつ純無限で Kirchberg のクラスに属するための条件を求め、それを満たすような例も多く上げた。さらに不変集合が 1 次元トーラスであるような具体例に対して、 K -群の計算を実行し、分岐点を持たないグラフが結びつくことによってできる分岐点が C^* -環の K -群に大きな影響を与えることを示した。

(3) 有理関数で与えられる力学系、また自己相似写像によって与えられる力学系から作られるヒルベルト C^* -双加群は有限生成でなく可算基底を用いる必要があるが、これまで具体的な可算基底の構成は知られていなかった。任意の有理関数力学系と適切な条件を満たした自己相似写像から作られる力学系から作られるヒルベルト C^* -双加群に対して、1 のベ

き根を用いた具体的な可算基底の構成を行った。その応用として、これらの力学系から作られる C^* -環のゲージ作用に関する KMS state の分類の別証明を行った。

(4) Cuntz-Pimsner 環の一般化である relative Cuntz-Pimsner 環に対して KMS state の構成定理を拡張した。その応用として、有理関数力学系などの離散化と解釈できる有限グラフ力学系から作られる C^* -環のゲージ作用に関する KMS state の分類を行った。また有理関数力学系から作られる C^* -環において、リーマン球面上の関数環が極大可換環になることも示した。これらの成果の一部は日本数学会で発表した。また、力学系から構成される C^* -環のゲージ作用による不動点についても、さまざまな観点からの研究を始めたところである。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 4 件)

① T. Kajiwara and Y. Watatani,

C^* -algebras associated with algebraic correspondences, *Journal of Operator Theory*, 65(2011), 427-449 査読有

② 梶原 毅、複素力学系と作用素環、数理解析研究所講究録 1699、複素力学系とその関連分野の総合的研究、2010 年 7 月、144-159 査読無

③ T. Kajiwara, Countable basis for Hilbert C^* -modules and classification of KMS states, *Contemporary Math.* 503(2009), 73-91 査読有

④ M. Izumi, T. Kajiwara and Y. Watatani, KMS states and branched points, *Ergodic Theory and Dynamical System*, 27(2007), 1887-1918 査読有

[学会発表] (計8件)

- ① 梶原 毅 (代表)、綿谷 安男、テント写像から作られる C^* -環のコアのトレース、日本数学会年会、2011年3月 インターネットによってアブストラクト公開
- ② 綿谷 安男 (代表)、梶原 毅、複素力学系から作られる C^* -環のコア、日本数学会秋季総合分科会、2010年9月24日、名古屋大学大学院多元数理研究科
- ③ 綿谷 安男 (代表)・梶原 毅、グラフ C^* 環の KMS states, 日本数学会 2010 年年会、慶応義塾大学 2010 年3月28日
- ④ 梶原 毅 (代表)・綿谷 安男、複素力学系から作られる C^* 環の極大可換環、日本数学会 2009 年秋季総合分科会、大阪大学 2009 年9月25日
- ⑤ 綿谷 安男 (代表)・梶原 毅、 C^* -correspondences から作られる C^* -環上の KMS state、日本数学会 2009 年年会、東京大学 2009 年3月28日
- ⑥ 梶原 毅 (代表)・綿谷 安男、複素力学系に付随する C^* -環と分岐点の負の軌道、日本数学会 2008 年秋季総合分科会、東京工業大学 2008 年9月25日
- ⑦ 綿谷 安男 (代表)、梶原 毅、Algebraic correspondences から作られる C^* 環の例、日本数学会 2008 年年会、近畿大学 2008 年3月25日
- ⑧ 綿谷 安男 (代表)・梶原 毅、Algebraic correspondence から作られる C^* -環、日本数学会 2007 年秋季総合分科会、東北大学 2007 年9月23日

[その他]

ホームページ等

[http://ems.okayama-u.ac.jp/ems_2/kajiwar
a/homeJapan.html](http://ems.okayama-u.ac.jp/ems_2/kajiwar
a/homeJapan.html)

6. 研究組織

(1) 研究代表者

梶原 毅 (KAJIWARA TSUYOSHI)
岡山大学・大学院環境学研究科・教授
研究者番号：50169447

(2) 連携研究者

綿谷 安男 (Watatani Yasuo)
九州大学・大学院数理学研究院・教授
研究者番号：00175077