

機関番号：24402

研究種目：基盤研究 (C)

研究期間：2007～2010

課題番号：19540305

研究課題名 (和文) 大域的に非自明な漸近平坦性をもつ高次元ブラックホール

研究課題名 (英文) Higher-Dimensional Black Holes with Non-trivial Asymptotic Structure

研究代表者

石原 秀樹 (ISHIHARA HIDEKI)

大阪市立大学・大学院理学研究科・教授

研究者番号：80183739

研究成果の概要 (和文)：5次元時空において余剰次元をツイストさせることによって、大域的に非自明な Kaluza-Klein 型の漸近平坦性をもつブラックホールの厳密解を得ることが出来る。この方法を用いて、電荷をもったブラックホール、余剰次元方向に回転するブラックホール、最大荷電多体ブラックホールなど、一連の Kaluza-Klein 型ブラックホール解を構成した。これらの厳密解を用いることによって、ブラックホール地平面のトポロジー、地平面の解析性、解の安定性、ブラックホール熱力学、ブラックホールの合体、ブラックホール周りの試験物体の運動、などについて余剰次元の効果を解析し、物理的性質を明らかにした。

研究成果の概要 (英文)：We can obtain exact solutions of Kaluza-Klein black holes with a twisted extra dimension which are asymptotically locally flat in five dimensions. In this type of black holes, we have constructed charged, rotating black holes, and extremal charged multi-black holes. We have investigated physical properties of Kaluza-Klein black holes: topology of horizons, analyticity of horizons, stability of solutions, thermodynamics of black holes, coalescence of black holes, motions of test objects around black holes.

交付決定額

(金額単位：円)

|        | 直接経費      | 間接経費      | 合計        |
|--------|-----------|-----------|-----------|
| 2007年度 | 800,000   | 240,000   | 1,040,000 |
| 2008年度 | 1,000,000 | 300,000   | 1,300,000 |
| 2008年度 | 800,000   | 240,000   | 1,040,000 |
| 2010年度 | 800,000   | 240,000   | 1,040,000 |
| 年度     |           |           |           |
| 総計     | 3,400,000 | 1,020,000 | 4,420,000 |

研究分野：相対論的宇宙物理学

科研費の分科・細目：物理学，素粒子・原子核・宇宙線・宇宙物理

キーワード：宇宙物理，統一理論，ブラックホール，高次元時空

## 1. 研究開始当初の背景

高次元ブラックホールの研究は、国内外を問わず、盛んに研究されるようになってきた。特に、ブレーン宇宙モデルの提案により、大きなサイズの余剰次元の可能性が指摘されてから、この分野に注目が集まっている。多くの研究が漸近平坦な高次元時空におけるブラックホールに着目しているのに対し、本研究の特色は、非自明な漸近平坦性を要請す

ることによって、高次元時空と低エネルギー領域での実効的な4次元時空をつなぐようなブラックホール時空を研究するところにある。

この研究と、高エネルギー加速器実験、重力探査衛星 B 実験、重力波検出などの実験とを結びつけることによって、余剰次元の検証に道を開くことがこの研究の意義である。

## 2. 研究の目的

高次元ブラックホール解を用いて余剰次元の存在を検証するために、大域的に非自明な漸近平坦性をもつ高次元ブラックホールの物理的性質を明らかにする。特に、次の3つの点に着目して研究する。

### (1) 重力インスタントン上のブラックホール

Ricci 平坦な基底空間の上の調和関数を用いてブラックホールが構成できるので、重ね合わせによって多体ブラックホール解を構成できる。この解を用いて、調和関数と地平線のトポロジーの関係、多体ブラックホールの合体における現象と地平面のトポロジーの関係などを研究する。

### (2) Kaluza-Klein ブラックホールの熱力学

ブラックホールの質量には、ADM 質量を拡張した Abbot-Deser 質量、Komar 質量、Hawking-Holowitz 質量などがあるが、これらの値は、漸近平坦性をもつ静的な真空ブラックホール解では一致している。しかし、非自明なトポロジーのコンパクト化された余剰次元をもつブラックホールの質量は、定義ごとに異なる値をもつことがわかってきた。また、余剰次元のサイズに関して「張力」という新しい熱力学的物理量が導入される。これらの点に着目して、種々のブラックホール質量と新しい「仕事項」を含む自由エネルギーの関係を明らかにし、新しいブラックホール熱力学の構築を目指す。

### (3) Kaluza-Klein ブラックホールを用いた余剰次元の検証

天体物理サイズのブラックホールも小さな余剰次元を伴っているはずである。申請者が求めた解は地平線のサイズが余剰次元のサイズより大きな場合も含み、天体物理サイズのブラックホールのモデルとなる。天体サイズの Kaluza-Klein ブラックホール周りの時間的および光的測地線やベクトルの平行移動を調べ、重力探査衛星 B (Gravity Probe B) などの精密実験と比較し、余剰次元の検証可能性を研究する。

## 3. 研究の方法

(1) 重力インスタントン上のブラックホールについては、すでに、申請者らによって、Taub-NUT 解および Eguchi-Hanson 解を基底空間とした5次元多体ブラックホール解が構成されている。これらの解の基底空間は連続的な等長変換の固定点として、nut や bolt と呼ばれる特異点をもっていることが特徴であり、ブラックホールの地平線のトポロジーはこれらと関係している。ブラックホールの地平線のトポロジーと基底空間の位

相不変量の関係を明らかにする。

また、申請者らの論文で、Eguchi-Hanson 解を基底空間とした5次元ブラックホールの合体過程において地平面のトポロジーが変化する例を見出している。この研究を一般化して、非自明な漸近平坦性をもつブラックホールの合体過程を研究する。

(2) Kaluza-Klein ブラックホールの熱力学非自明なトポロジーをもつ空間では、Maxwell 理論における Dirac モノポールと Dirac ストリングの対応物である nut 特異点と Misner ストリングが存在する。これらは、コンパクト化された余剰次元をもつブラックホールの「張力」との関係することが、申請者らの準備的な研究によってわかった。さらに、Abbot-Deser 質量、Komar 質量、Hawking-Holowitz 質量などの関係を解明し、非自明な漸近平坦性をもつブラックホールの熱力学を構築する。

### (3) Kaluza-Klein ブラックホールを用いた余剰次元の検証

一般相対論の検証として、惑星の近日点移動、光の湾曲、時間の遅れなどが歴史的にも重要な役割をなしてきたが、小さな余剰次元を伴った5次元ブラックホールにおいて、これらを再検討し、余剰次元の効果を明らかにする。また、ブラックホール周りのベクトルの平行移動にたいして、余剰次元の効果を調べ、重力探査衛星 B の観測データと比較する。さらに、ブラックホール合体過程における重力波放出について研究する。

(4) ブラックホールの事象の地平面は、無限遠から過去向きに進む光線束のアトラクターとして表現されるので、多体ブラックホール合体において多数の光的測地面を数値的に解くことによって、地平面の変化を時間的に調べる。

## 4. 研究成果

(1) Kaluza-Klein 的な漸近構造をもつブラックホール解を構成することは、一般には困難であるが、ツイストされた余剰次元を考えることによって、一連の厳密解を構成することができることを明らかにした。本研究では、この方法を用い、電荷をもつブラックホール、回転するブラックホールなどの厳密解を作り、その幾何学的な性質を調べることによって、ブラックホールの地平面が一般に、レンズ空間のトポロジーをもつことができることを見出した。

(2) Taub-NUT 解を基底空間とした多体ブラックホールの厳密解を用いて、ブラックホールが合体する過程で、事象の地平面、見かけ

の地平面が変化する過程を明らかにした。  
また、回転する5次元多体ブラックホールの  
厳密解を構成し、エルゴ領域の形状の多様性  
を発見した。

(3) コンパクト化された余剰次元をもつ  
ブラックホールでは、余剰次元方向の「張力」  
を一つの熱力学量とする理論の定式化が可  
能であることがわかった。また、Abbot-Deser  
質量, Komar 質量, Hawking-Holowitz 質量な  
ど、異なる定義の質量は、余剰次元のサイズ  
と「張力」に対するルジャンドル変換で結ば  
れることがわかった。

(4) Kaluza-Klein 的な漸近構造をもつブラッ  
クホールが自然界に存在するためには、それ  
を記述する解が安定でなければならない。解  
の安定性を調べるために、ブラックホール時  
空の線形摂動を調べ、解析的な手法と数值的  
な手法によって、線形安定性が強く示唆され  
る結果を得た。

(5) Kaluza-Klein 的にコンパクト化された余  
剰次元をもつ時空において、粒子が衝突する  
時、ブラックホールが形成される断面積を求  
め、そのエネルギー依存性より、余剰次元の  
数やサイズの情報が得られることを示した。

(6) Kaluza-Klein ブラックホールを周回す  
るジャイロスコープの向きの変化を調べ、余  
剰次元による、4次元の一般相対論に対する  
補正より、余剰次元のサイズに関する情報が  
得られることを示した。

(7) 漸近平坦な5次元ブラックホールの周り  
には安定な粒子軌道は存在しないが、閉じた  
Nambu-Goto ストリングは、ブラックホールの  
周りに安定に束縛されることを明らかにした。  
また、ブラックリングには安定な粒子の  
束縛軌道が存在することを明らかにした。

(8) Taub-NUT 解など、リッチ平坦な空間を基  
底空間とした多体ブラックホールの厳密解  
を奇数次元の時空において構成し、それを用  
いて、ブラックホールの事象の地平面の解析  
性を調べた。時空が5次元の場合には地平面  
は解析的であるが、次元が7次元より大きい  
場合は地平面上に弱い曲率特異点が現れる  
ことが分かった。

## 5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者に  
は下線)

[雑誌論文] (計 26 件)

① Takamitsu Tatsuoka, Hideki Ishihara,  
Masashi Kimura, Ken Matsuno.

Extremal Charged Black Holes with a  
Twisted Extra Dimension. Phys.Rev.  
D85 (2012) 044006. 査読有

② Shinya Tomizawa, Hideki Ishihara.  
Exact solutions of higher dimensional  
black holes. Prog.Theor.Phys.Suppl.  
189 (2011) 7-51. 査読有

③ Takahisa Igata, Hideki Ishihara,  
Yohsuke Takamori. Chaos in Geodesic  
Motion around a Black Ring. Phys.Rev.  
D83 (2011) 047501. 査読有

④ Takahisa Igata, Tatsuhiko Koike,  
Hideki Ishihara. Constants of Motion  
for Constrained Hamiltonian Systems:  
A Particle around a Charged Rotating  
Black Hole. Phys.Rev. D83 (2011)  
065027. 査読有

⑤ Takahisa Igata, Hideki Ishihara,  
Yohsuke Takamori. Stable Bound  
Orbits around Black Rings. Phys.Rev.  
D82 (2010) 101501. 査読有

⑥ Takahisa Igata, Hideki Ishihara.  
Dynamics of Toroidal Spiral Strings  
around Five-dimensional Black Holes.  
Phys.Rev. D81 (2010) 044024. 査読有

⑦ Takahisa Igata, Hideki Ishihara.  
Toroidal Spiral Nambu-Goto Strings  
around Higher-Dimensional Black  
Holes. Phys.Rev. D82 (2010) 044014.  
査読有

⑧ Chul-moon Yoo, Hideki Ishihara,  
Masashi Kimura, Sugure Tanzawa.  
Hoop Conjecture and the Horizon  
Formation Cross-Section in Kaluza-  
Klein Spacetimes. Phys.Rev. D81  
(2010) 024020. 査読有

⑨ Ken Matsuno, Hideki Ishihara.  
Geodesic Precession in Squashed  
Kaluza-Klein Black Hole Spacetimes.  
Phys.Rev. D80 (2009) 104037. 査読有

⑩ Masashi Kimura, Hideki Ishihara,  
Shinya Tomizawa, Chul-Moon Yoo.  
Topology Changing Process of  
Coalescing Black Holes on Eguchi-  
Hanson Space. Phys.Rev. D80 (2009)  
064030. 査読有

⑪ Shinya Tomizawa, Hideki Ishihara,  
Ken Matsuno, Toshiharu Nakagawa.  
Squashed Kerr-Godel Black Holes:  
Kaluza-Klein Black Holes with  
Rotations of Black Hole and Universe.  
Prog.Theor.Phys. 121 (2009) 823-841.  
査読有

⑫ Ken Matsuno, Hideki Ishihara,  
Toshiharu Nakagawa, Shinya  
Tomizawa. Rotating Kaluza-Klein  
Multi-Black Holes with Godel

- Parameter. Phys.Rev. D78 (2008) 064016. 査読有
- ⑬ Hideki Ishihara, Masashi Kimura, Roman A. Konoplya, Keiju Murata, Jiro Soda, Alexander Zhidenko. Evolution of perturbations of squashed Kaluza-Klein black holes: escape from instability. Phys.Rev. D77 (2008) 084019. 査読有
- ⑭ Yasunari Kurita, Hideki Ishihara. Thermodynamics of Squashed Kaluza-Klein Black Holes and Black Strings -- A Comparison of Reference Backgrounds -- Class.Quant.Grav. 25 (2008) 085006. 査読有
- ⑮ Toshiharu Nakagawa, Hideki Ishihara, Ken Matsuno, Shinya Tomizawa. Charged Rotating Kaluza-Klein Black Holes in Five Dimensions. Phys.Rev. D77 (2008) 044040. 査読有
- ⑯ Masashi Kimura, Keiju Murata, Hideki Ishihara, Jiro Soda. On the Stability of Squashed Kaluza-Klein Black Holes. Phys.Rev. D77 (2008) 064015. 査読有
- ⑰ Chul-Moon Yoo, Hideki Ishihara, Masashi Kimura, Ken Matsuno, Shinya Tomizawa. Horizons of Coalescing Black Holes on Eguchi-Hanson Space. Class. Quant. Grav. 25 (2008) 095017. 査読有

[学会発表] (計 20 件)

- ① 伊形尚久, 宝利剛, 石原秀樹, 古池達彦: “ブラックリング時空の対称性”, 日本物理学会 弘前大学 2011 年 9 月 18 日
- ② I. Takahisa, H. Ishihara, Y. Takamori, “Stable Bound Orbits around Black Rings”, The 20th workshop on General Relativity and Gravitation in Japan (JGRG20) 21-25 Sept. 2010, Yukawa Institute for Theoretical Physics, Kyoto University
- ③ K. Matsuno, H. Ishihara, M. Kimura, S. Tatsuoka “Multi-black strings in five-dimensional Einstein-Maxwell theory”, The 20th workshop on General Relativity and Gravitation in Japan (JGRG20) 21-25 Sept. 2010, Yukawa Institute for Theoretical Physics, Kyoto University
- ④ 伊形尚久, 石原秀樹, 孝森洋介: “ブラックリング周りの粒子の安定束縛軌道”, 日本物理学会, 九州工業大学 2010 年 9 月 11 日-14 日
- ⑤ T. Igata, T. Koike, and H. Ishihara,

- “Killing Tensors and Conserved Quantities of a Relativistic Particle in External Fields”, 12th Marcel Grossmann Meeting, Paris, France, 12-18 Jul. 2009.
- ⑥ H. Ishihara, “Physical Properties of Squashed Kaluza-Klein Black holes”, 12th Marcel Grossmann Meeting, Paris, France, 12-18 Jul 2009.
- ⑦ T. Igata, H. Ishihara, “Toroidal Spiral Strings around Higher Dimensional Black Holes II”, Future Prospects and Possibilities of Gravity Research, Asia Pacific Center for the Theoretical Physics, Korea, 18-21 Sep 2009.
- ⑧ T. Igata, H. Ishihara, “Toroidal Spiral Strings in Higher-dimensional Spacetime”, 19th JGRG workshop, Rikkyo University, 30 Nov to 4 Dec 2009.
- ⑨ 伊形尚久, 石原秀樹, 古池達彦: “Killing テンソルと荷電粒子の運動の定数 2”, 日本物理学会, 甲南大学, 2009 年 9 月 10 日 - 13 日.
- ⑩ 木村匡志, 柳哲文, 石原秀樹, 丹澤優: “Kaluza-Klein 時空におけるブラックホール形成条件”, 日本物理学会, 甲南大学, 2009 年 9 月 10 日 - 13 日.
- ⑪ 伊形尚久, 石原秀樹, 古池達彦: “Killing テンソルと荷電粒子の運動の定数”, 第 63 回日本物理学会, 立教大, 2009 年 3 月 27 日 - 30 日.
- ⑫ 松野研, 石原秀樹, 富沢真也, 中川利治: “歪んだ Gödel 宇宙内の回転多体ブラックホール”, 第 63 回日本物理学会, 近畿大学, 2008 年 3 月 22 日 - 26 日.

## 6. 研究組織

### (1) 研究代表者

石原 秀樹 (ISHIHARA HIDEKI)  
大阪市立大学・大学院理学研究科・教授  
研究者番号: 80183739

### (2) 研究分担者

なし

### (3) 連携研究者

なし