

平成 21 年 5 月 25 日現在

研究種目：基盤研究(C)

研究期間：2007～2008

課題番号：19540393

研究課題名（和文） 超離散ソリトンと可解格子模型

研究課題名（英文） Ultradiscrete solitons and solvable lattice models

研究代表者

氏名 国場 敦夫 (KUNIBA ATSUO)

所属機関・所属部局名・職名 東京大学・大学院総合文化研究科・准教授

研究者番号 70211886

研究成果の概要：超離散ソリトン系の代表的なモデルである箱玉系について、以下の結果を得た。多状態かつ箱の容量が任意に非一様な無限系、2 状態で箱の容量が任意で一様な周期系のそれぞれについて、初期値問題の解のアルゴリズムおよび明示式を得た。特に明示式として、ソリトン理論や代数曲線の理論に登場するタウ関数やリーマンテータ関数の超離散類似を初めて導出した。この他、T-system の周期性や多状態非対称排他過程のスペクトルについても結果を得た。

交付額

(金額単位：円)

	直接経費	間接経費	合計
2007 年度	700,000	210,000	910,000
2008 年度	700,000	210,000	910,000
年度			
年度			
年度			
総計	1,400,000	420,000	1,820,000

研究分野：数物系科学

科研費の分科・細目：物理学・数理物理・物性基礎

キーワード：可積分系

1. 研究開始当初の背景

ソリトンとは、多体衝突に際して安定な粒子のように振舞う非線形波動の孤立波である。このような著しい性質を保ったまま、時空間と場の変数全てを離散化することが可能であり、超離散化と呼ばれる。超離散ソリトンは、可解格子模型などの量子可積分系と、ソリトン方程式など古典可積分系の新たな結びつきを示唆する稀有な研究対象であり、その数理構造の探求は極めて重要な課題である。

2. 研究の目的

超離散ソリトン系の代表的モデルは箱玉系である。また箱玉系のリー環的な拡張である可積分セルオートマトンとして粒子・反粒子系(D型オートマトン)がある。これらの系について、初期値問題、一般解を構成すること、特に周期的境界条件における逆散乱法を完成させることなどが目的である。

3. 研究の方法

アフィン・リー環、量子群の表現論、結晶基

底の柏原理論, 組合せベータ仮説におけるキリロフ・レシェティキン全単射, タウ関数の佐藤理論, 組合せ論におけるロビンソン・シェンステッド対応などを理論的道具とし, 計算機実験と並行して研究を進める.

4. 研究成果

多状態かつ箱の容量が任意に非一様な無限系, 2 状態で箱の容量が任意で一様な周期系のそれぞれについて, 初期値問題の解のアルゴリズムおよび明示式を得た. 特に明示式として, ソリトン理論や代数曲線の理論に登場するタウ関数やリーマンテータ関数の超離散類似を初めて導出した. これらの結果は昨今興隆してきているトロピカル幾何の研究にもインパクトを与え, 既にそれに基づいた論文も発表されている. この他, T-system の周期性や多状態非対称排他過程のスペクトルについても結果を得た. T-system の周期性はクラスター代数との関係を開拓するもので, 既に引用プレプリントが数編ある.

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文](計3件)

A. Kuniba and R. Sakamoto:
Combinatorial Bethe ansatz and generalized periodic box-ball system, Reviews. Math. Phys. 20 493 -- 527 (2008) 査読有.

A. Kuniba and R. Sakamoto:
Combinatorial Bethe ansatz and ultradiscrete Riemann theta function with rational characteristics, Lett. Math. Phys. 80 199 -209 (2007) 査読有.

A. Kuniba, R. Sakamoto and Y. Yamada:
Tau functions in combinatorial Bethe ansatz. Nucl. Phys. B786 [PM] 207 -266 (2007) 査読有.

[学会発表](計4件)

井上玲, 伊山修, 国場敦夫, 中西知樹, 鈴木淳史, T-system の周期性について, 日本数学会, 2009年3月29日, 東京大学.

V.V.Bazhanov, 国場敦夫, 鈴木淳史,

Ordinary differential equations and W3 conformal field theory,
日本数学会, 2008年3月24日, 近畿大学

有田親史, 国場敦夫, 堺和光, 沢辺剛,
周期境界条件下の多成分 A S E P の固有値,
日本物理学会 2008年3月23日,
近畿大学

国場敦夫,
組合せ論的ベータ仮説, 日本数学会, 2007年9月21日, 東北大学.

[図書](計1件)

Atsuo Kuniba and Masato Okado 編.
日本数学会,
Combinatorial Aspect of Integrable Systems, MSJ Memoirs 17 (2007) 167頁

[その他]

国場敦夫,
ベータ仮説とヤング図形,
数理科学 (2007) 1月号 27-32

国場敦夫,
ラプラス-ルンゲ-レンツベクトル,
Gruppen Pest の始祖的例題,
数理科学 (2007) 7月号 50-55.

6. 研究組織

(1)研究代表者

国場 敦夫(KUNIBA ATSUO)
東京大学・大学院総合文化研究科・准教授
研究者番号:70211886

(2)研究分担者

(3)連携研究者

尾角 正人(OKADO MASATO)
大阪大学・大学院基礎工学研究科・准教授
研究者番号:70221843

山田 泰彦
神戸大学・理学部・教授
研究者番号:00202383