

平成 22 年 5 月 26 日現在

研究種目：基盤研究（C）

研究期間：2007 ～ 2009

課題番号：19540394

研究課題名（和文）揺らぐ動的事象の協同的振る舞い

研究課題名（英文）Cooperative behavior of fluctuating dynamical events

研究代表者

佐々 真一（SASA SHIN-ICHI）

東京大学・大学院総合文化研究科・教授

研究者番号：30235238

研究成果の概要（和文）：多くの要素からなる系はしばしば集団レベルでコヒーレントな振る舞いを示す。そのような振る舞いは協同現象の例として、物理現象のみならず社会現象にも見ることができる。様々なタイプの協同現象の中で、近年、新しいタイプの動的協同現象がガラス系において見出された。本研究課題では、この現象をガラス系以外のいくつかの系において見出した。また、このような現象を解析するための数理的方法を新たに開発し、その協同現象を特徴づける量を計算した。

研究成果の概要（英文）：An assembly of many elements often exhibits coherent behavior at a collective level. Such behavior is an example of cooperative phenomena, which appear in physical systems and also in social systems. Among many types of cooperative phenomena, recently, a new type of dynamically cooperative phenomenon was found in glassy systems. In this research subject, we have found this phenomenon in several systems other than glassy systems. Furthermore, we have developed theoretical methods for analyzing it and calculated quantities that characterizes the cooperative phenomenon.

交付決定額

（金額単位：円）

	直接経費	間接経費	合計
19年度	1,000,000	300,000	1,300,000
20年度	900,000	270,000	1,170,000
21年度	900,000	270,000	1,170,000
年度			
年度			
総計	2,800,000	840,000	3,640,000

研究分野：非平衡理論

科研費の分科・細目：物理学 数理物理・物性基礎

キーワード：協同現象、ゆらぎ、ダイナミクス、ジャミング、ガラス

## 1. 研究開始当初の背景

粒子が濃密に詰められている系を考えよう。  
ある粒子が移動するには、その粒子を取り囲

む粒子がつくる壁に孔があく必要がある。その「孔があく事象」が空間的に不均一だが協同的に生じるように見える状況がある。この現象は動的不均一性とよばれ、動的ガラス転

移点の近くの様子を特徴づける典型的現象だとして提案されていた。

2007年では、この提案にもとづく研究は成熟しつつあった。90年代になされたガラス系の数値実験、新世紀に入ってからモード結合理論による計算に加えて、粉体系やコロイド系での実験もなされた。運動論的拘束模型での動的不均一性についても同様な議論がなされた。これらの研究が急速に増えてきた時期だった。

## 2. 研究の目的

この状況を踏まえて、本研究課題では、ガラス系で見出されたこの協同現象をガラス系に留まらず広い自然現象の中で見出し、それらを分類し、そして、普遍性クラスを明らかにしようとする。上で述べた例の「孔があく事象」を「動的事象」と一般化し、「孔があく事象のゆらぎが協同的になる」様子を「揺らぐ動的事象の協同現象」と名付け、課題名として掲げた。その研究目的は、少し異なった二つの論点を内包している。第一に、ガラス系以外で動的不均一性を示す系を見出すこと。動的不均一性という視点で様々な現象を捉えなおし、仲間を集める。色々な題材を並べるなかで、現象の背後に共通するものと各々の現象に固有なものが見えてくる。第二に、動的不均一性を示す系解析する理論的技術をつくること。指数を測って分類する、というような臨界現象研究の最終ステージのような状況とは異なり、どのような軸で現象のクラスをつくることができるのかを考えなければならない。それを現象の観察だけから見抜くのは困難である。当然のことながら以上の二つの論点は、完全に分離したものでなく、一般には、新たな現象を見出すことと解析技術を探索することが関わっていることも多い。

## 3. 研究の方法

動的不均一性を示す新たな可能性として具体的に取り上げた現象は、k-core パーコレーション転移、神経細胞の雪崩的発火、ランダム磁場磁性体の異常な動力学である。

(1) k-core パーコレーションとは、まわりに k 本以上の接触がある場合にのみ繋がっていると考えるときのパーコレーション問題であり、物理のみならず社会現象の雛型模型のひとつになっている。粉体系のジャミング転移との関係も指摘されている。そこで、このパーコレーションに付随する動力学を調べ、動的不均一が生じるかどうかを調べる。それを理論的に解析する。

簡単のため、k-core パーコレーションをランダムグラフ上で定義する。そして、それに付随する動力学として、k 本以下の接触がなければ一定の割合でそのノードが消えていく動力学を考える。最後に残ったノードがパーコレーションしているかどうかで転移点が定義される。この転移点の性質を動力学の立場から考察する。

(2) 神経細胞の雪崩的発火は、最近活発に議論されている現象であるが、この現象をガラス系における動的不均一性の視点から考察しようとする。近年の流行にのって、細胞ネットワークとの関係で論じられることもあるが、本研究では、むしろ、動的振る舞いの分類から研究する。

(3) ランダム磁場磁性体では、磁場操作に伴って雪崩的スピントリフが生じることが古くから知られており、バルクハウゼンノイズと呼ばれてきた。この現象と動的不均一性との関係を見出す。これらの現象を議論する際には、数値実験などで丁寧に調べるだけでなく、新しい解析技術を開発する。また、ガラス系との類似性や相似性を議論する鍵として、「サドルノード分岐」が浮かび上がってきた。そこで解析技術の深化だけに焦点をあてた研究を行う。具体的には、次の2点である。

(4) 初等的なサドルノード分岐点近くでの動的ゆらぎを完全に解析する方法を開発する。動的不均一性を特徴づける指数を次元解析的に出すだけでなく、与えられた模型に対して完全な解析手順を明示的に示す。

(5) ガラス系における動的不均一性を記述するモード結合転移をサドルノード転移の観点から整理しなおす。具体的には、もっとも簡単な球状 p-spin glass のモード結合転移に関して、(4)で得た解析手順に移れる形に整備する。

## 4. 研究成果

(1) まず、数値実験により、仮定した動力学は、転移点近傍で典型的な動的不均一性を示すことが分かった。非常に単純な数学模型なので、動的不均一性を考える雛型の一つになりうることを意味する。この動力学は大自由度マルコフ確率過程だが、適切な秩序変数の導入により少数自由度の確率過程でかけることが分かった。この部分は、本質的には数学者の先行研究に依存しているが、物理研究者でも分かるように再導出したことに相当する。さらにそれをサイズ展開するとその主要部分として、パーコレーション点でサドル

ノード分岐する力学系を得た。これにより、動的不均一性とサドルノード分岐の関係が明白になった。その次の寄与としてノイズの寄与を取り入れると、サドルノード分岐近くにおいてゆらぎがどのように増幅されるかという問題に帰着される。これに対して現象論的スケール解析により指数を決めた。[発表論文 4.]

(2) 神経細胞の雪崩的発火を記述するもつとも簡単なモデルとして、大域結合する興奮性素子集団を仮定した。この系では、秩序変数がサドルノード分岐するので、雪崩的発火はサドルノード分岐近くにおいてゆらぎを議論することと同じタイプになる。ただし、この系では、振動現象を対象とするので、もつとも簡単なサドルノード分岐の解析とは技術的には扱いが異なってくる。そこでこのような系に対する新しい解析方法を提案し、ゆらぎの特異性を完全に決めた。[発表論文 8]

(3) ランダム磁場磁性体におけるバルクハウゼンノイズと動的不均一性との類似性を調べるために、まず、数値実験により動的不均一性を特徴づける量を測定し、典型的な動的不均一性を示すことを明らかにした。良く知られた特異な現象に対して、違った側面からの特徴づけを与えたことになる。[発表論文 9]

ついで、この系の普遍性クラスを明らかにするために平均場モデルとしてランダムグラフ上で定義されたランダム磁場磁性体の動力学を考察した。オーダーパラメータを適切に定義することで、この動力学の集団的振る舞いを厳密に導出することができた。ところで、このオーダーパラメータの定義の仕方は極めて非自明、発見論的であり、真に新しい結果として位置づけられる。また、この技術は特定のモデルに特有な技術ではなく、様々な系にも適用される。例えば、(1)で得た結果も全く違った形でさらに再導出されることになる。ひとたびオーダーパラメータによる簡約が分かると分岐構造がわかる。具体的には、動的不均一性が生じる場所では、二つのサドルノード分岐が合流した点として正確に把握できた。さらに分岐構造が分かるとその周りのゆらぎの異常性を議論することができ、動的な異常性を特徴づける全ての指数を決定することができた。指数だけを見ると、この問題は常磁性強磁性転移点近くで磁場を制御したときの動的振る舞いと同一クラスにあることがわかった。[発表論文 1]

(4) 初等的なサドルノード分岐点近くでの

軌道の統計的重みは、経路積分表示によって与えられる。この経路積分表示を「サドルノード分岐点近く」という特徴を最大限に生かした摂動論を構築した。解析のアイデアは、仮想時間を導入することで、ゆらぐ反応拡散系の問題に読み替え、パターン形成の分野で知られている特異摂動を駆使することである。丁寧な議論を展開し、少なくとも1変数サドルノード分岐周りのゆらぎについては、もつとも系統的で有用な摂動論を構成し、ゆらぎの動的相関に関する様々な量を定量的に計算した。数値実験との比較も素晴らしくよく一致している。この結果は、より複雑な系における動的不均一性を理論的に解析するための基本道具を与えたことに相当する。[論文投稿中。ArXiv:1002.4239]

(5) 球状 p-spin glass に対してはモード結合方程式が厳密になる。これは非線形記憶を持つ1変数力学系である。動的不均一性についても、このモデルで計算することがたまたき台であった。しかしながら、モード結合方程式の振る舞いもゆらぎの解析もスケール解析を行うことしかできず、本格的な問題に展開することはできない。(4)で得た方法と融合していくためには、少なくとも、モード結合方程式を分岐理論の立場から解析することが必要である。定常解は初等的なサドルノード分岐することは分かっているが、有限時間の振る舞いは、非線形記憶のためサドルノード分岐とは質的に異なる。そこで、系統的摂動論を構築し、全ての時刻で一様になっている解を構成した。各種指数は既存の結果を超えるものではないが、(4)と融合する足がかりを得たことが重要である。[発表論文 3]

## 5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 12 件)

1. A universal form of slow dynamics in zero-temperature random field Ising model, H. Ohta and S. Sasa, *Europhys. Lett.* 90, 27008,(2010).
2. Two Langevin equations in the Doi-Peliti formalism, K. Itakura, J. Ohkubo, S. Sasa, *J. Phys. A: Math.Theor.* 43 125001, (2010).
3. Singular perturbation near mode-coupling transitions, M. Iwata, S.Sasa, *J. Phys. A: Math. Theor.* 42, 245001-1-13, (2009).
4. Dynamics of k-core percolation in a random graph, M. Iwata, S. Sasa, *J. Phys. A:Math. Theor.* 42, 075005-1-15, (2009).
5. Representation of non-equilibrium

steady states in large mechanical systems, T. S. Komatsu, N. Nakagawa, S. Sasa, H. Tasaki, J. Stat. Phys. 134, 401-423, (2009).

6. Steady State Thermodynamics for heat conduction - microscopic derivation, T. S. Komatsu, N. Nakagawa, S. Sasa, H. Tasaki, Phys. Rev. Lett. 100, 230602-1-4, (2008).

7. Scale-free patterns near a saddle node bifurcation in a stochastic system, M. Iwata, S. Sasa, Phys. Rev. E 78, 055202-1-4(R), (2008).

8. Critical phenomena in globally coupled excitable elements, H. Ohta, S. Sasa, Phys. Rev. E 78, 065101-1-4(R), (2008).

9. Critical fluctuations of time-dependent magnetization in ordering processes near the disorder-induced critical point, H. Ohta, S. Sasa, Phys. Rev. E 77, 021119-1-5 (2008).

10. A perturbation theory for large deviation functionals in fluctuating hydrodynamics, S. Sasa, J. Phys. A: Math. Theor. 41, 045006-1-11, (2008).

11. The order-disorder transition in colloidal suspensions under shear flow, M. J. Miyama, S. Sasa, J. Phys.: Condense. Matter, 20, 035014-1-6, (2008).

12. A fluctuation-response relation of many Brownian particles under non-equilibrium conditions, T. Nakamura, S. Sasa, Phys. Rev. E, 77, 021108-1-5, (2008).

[学会発表] (計 18 件)

1. 神田大樹, 佐々真一、線状ペンタマー系における動的異常性、日本物理学会第 65 回年次大会、2010 年 3 月 20 日、岡山大学

2. 岩田真実, 佐々真一、エイジングダイナミクスの特徴づけ、日本物理学会第 65 回年次大会、2010 年 3 月 21 日、岡山大学

3. 太田洋輝, 佐々真一、ランダムグラフ上多体動力学モデルの厳密分岐解析、日本物理学会第 65 回年次大会、2010 年 3 月 21 日、岡山大学

4. 観山正道, 佐々真一、剪断流下コロイド結晶に対する剪断率ゼロ極限の特異性、日本物理学会第 65 回年次大会、平成 22 年 3 月 23 日、岡山大学

5. 佐々真一、福島孝治、熱力学ガラス転移は存在するか、日本物理学会 2009 年秋季大会、平成 21 年 9 月 26 日、熊本大学

6. 観山正道, 佐々真一、液-固相転移点近傍における応力と剪断率の関係、日本物理学会 2009 年秋季大会、平成 21 年 9 月 26 日、熊本大学

7. 岩田真実, 佐々真一、spherical p-spin 模

型におけるモード結合方程式の特異摂動法による解析、日本物理学会 2009 年秋季大会、9 月 27 日、熊本大学

8. 佐々真一、ジャミング転移の数理、日本物理学会第 64 回年次大会、3 月 28 日、立教大学

9. 岩田真実, 佐々真一、ジャミング転移と k-core percolation、日本物理学会第 64 回年次大会、3 月 28 日、立教大学

10. 太田洋輝, 佐々真一、ジャミング転移を示す格子モデル、日本物理学会第 64 回年次大会、2009 年 3 月 28 日、立教大学

11. 佐々真一、岩田真実, 太田洋輝, ジャミング転移と非線形記憶、日本物理学会第 64 回年次大会、2009 年 3 月 28 日、立教大学

12. 観山正道, 佐々真一、ASEP におけるシャノン・エントロピーの熱力学的測定、日本物理学会第 64 回年次大会、平成 21 年 3 月 29 日、立教大学

13. 岩田真実, 佐々真一、ランダムグラフにおける k-core percolation のダイナミクス、日本物理学会 2008 年秋季大会、2008 年 9 月 20 日、岩手大学

14. 太田洋輝, 佐々真一、ジャミング転移点付近の協同現象と Barkhausen noise、日本物理学会 2008 年秋季大会、2008 年 9 月 20 日、岩手大学

15. 観山正道, 佐々真一、剪断流下のコロイド分散系におけるシャノン・エントロピーの熱測定とその物理的意義、日本物理学会第 63 回年次大会、平成 20 年 3 月 24 日、近畿大学

16. 太田洋輝, 佐々真一、結合興奮性素子モデルにおける動的協同現象の理論解析、日本物理学会第 63 回年次大会、2008 年 3 月 26 日、近畿大学

17. 観山正道, 佐々真一、剪断流下のコロイド分散系の構造変化に対する熱力学測定、日本物理学会第 62 回年次大会、平成 19 年 9 月 24 日、北海道大学

18. 太田洋輝, 佐々真一、非線形振動子系における動的現象の臨界揺らぎ、日本物理学会第 62 回年次大会、2007 年 9 月 23 日、北海道大学

[その他]

ホームページ等

<http://kamuy.c.u-tokyo.ac.jp>

6. 研究組織

(1) 研究代表者

佐々 真一 (SASA SHIN-ICHI)

東京大学・大学院総合文化研究科・教授

研究者番号：30235238