

平成22年5月6日現在

研究種目：基盤研究(C)

研究期間：2007～2010

課題番号：19560058

研究課題名（和文）実対称固有値問題に対する多分割の分割統治法の発展と応用

研究課題名（英文）Development and Application of Multiple-Division Divide-and-Conquer Algorithm for Real Symmetric Eigenproblem

研究代表者

重原 孝臣 (SHIGEHARA TAKAOMI)

埼玉大学・大学院理工学研究科・教授

研究者番号：60206084

研究代表者の専門分野：工学

科研費の分科・細目：応用物理学・工学基礎 ・ 工学基礎

キーワード：数値線形代数、固有値問題、分割統治法、特異値分解、ハイパフォーマンスコンピューティング、特異、クロネッカ標準形

1. 研究計画の概要

(1) 分割統治法の発展・拡張

①最適分割数の自動決定

実対称固有値問題に対する多分割の分割統治法では、入力行列に応じて、最適な分割数が異なる。そこで、準最適な分割数を、簡単な事前ベンチマークを通じて自動決定する方法を検討する。

②特異値分解への応用

実対称固有値問題に対する多分割の分割統治法を特異値分解へ応用する方法を確立し、有効性を検証する。

③並列化

分割統治法は元来並列性が高く、並列計算機の性能を十分に引き出せることが期待される。そこで、まず共有並列化、次に分散並列化の効果的な方法を確立し、有効性を検証する。

(2) 特異な一般固有値問題への適用

①数学的枠組・アルゴリズムの確立

特異な一般固有値問題を取り扱うための数学的な枠組・アルゴリズムを確立し、提案アルゴリズムを実装して、その有効性を検証する。

②クロネッカ基底の構成法の確立と応用

任意の線形写像の対に対するクロネッカ基底の存在を構成的に証明し、構成的証明に則って、クロネッカ基底を数値計算する手法を開発する。

2. 研究の進捗状況

(1) 分割統治法の発展・拡張

①最適分割数の自動決定

入力行列の減次発生率と最適分割数には密接な関係があることを示し、入力行列の減次発生率を簡単なベンチマークで調べることで、最適分割数を推定できることを示した。

②特異値分解への応用

多分割の分割統治法による特異値分解は、同じ分割数の分割統治法による実対称固有値問題に帰着できることを示し、アルゴリズムの構築、実装、有効性の検証を行った。

③並列化

共有並列、分散並列ともに、主として東京大学のスーパーコンピュータ SR11000 を用いて並列化手法の検討を行い、実装、有効性の検証を行った。

(2) 特異な一般固有値問題への適用

①数学的枠組・アルゴリズムの確立

②の応用として、特異な一般固有値問題を取り扱う新たな数学的枠組・アルゴリズムの確立に成功した。

②クロネッカ基底の構成法の確立と応用

クロネッカ基底の構成的証明は完了し、構成的証明に基づき、クロネッカ基底を数値計算するためのアルゴリズムを確立し、有効性を数値実験で検証した。また、応用として、ジョルダン基底の存在に関する極めて簡易な構成的証明を発見し、これに基づき、ジョルダン基底を数値計算するためのアルゴリズムを確立した

3. 現在までの達成度

②おおむね順調に進展している。

(理由)

当初計画はほぼ完了し、加えて、ジョルダン基底に関わる成果など、当初計画を超える成果も得られている。

4. 今後の研究の推進方策

残り 1 年の研究期間で、特異値分解に係るいくつかのテーマ、また、各種提案アルゴリズムの並列化手法の検討を進めるとと

もに、これまでに得られた成果で未発表のものを論文にまとめ、公表する。

5. 代表的な研究成果

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 2 件)

①田村純一、坪谷怜、桑島豊、重原孝臣、「実対称固有値問題に対する多分割の分割統治法の分散並列アルゴリズムの提案」、情報処理学会論文誌、ACS 論文誌、2010、採録決定、査読有

② Y. Kakinuma, K. Hiraoka, H. Hashiguchi, Y. Kuwajima, T. Shigehara, ``Algorithm for Computing Kronecker Basis'', JSIAM Letters, Vol. 1, pp. 60-63, 2009, 査読有

[学会発表] (計 1 件)

① 田村純一、坪谷怜、桑島豊、重原孝臣、「実対称固有値問題に対する多分割の分割統治法の共有メモリ型並列計算機における有効性」、ハイパフォーマンスコンピューティングと計算科学シンポジウム (HPCS2009)、pp. 97-104、2009、査読有

[図書] (計 1 件)

① Y. Ishikawa, J. Tamura, Y. Kuwajima, T. Shigehara, ``Automatic Tuning of the Division Number in the Multiple Division Divide-and-Conquer for Real Symmetric Eigenproblem'', Software Automatic Tuning: From Concepts to the State-of-the-Art Results, Springer, 2010, 査読有