

機関番号：14301

研究種目：基盤研究(C)

研究期間：2007～2010

課題番号：19560066

研究課題名(和文) 相変化によって起こる気体流の数理的研究

研究課題名(英文) Numerical and analytical studies on gas flows caused by the phase transition

研究代表者

高田 滋 (TAKATA SHIGERU)

京都大学・大学院工学研究科・准教授

研究者番号：60271011

研究成果の概要(和文)：

凝縮相の相変化によって起こる気体の非定常1次元流を気体分子運動論によって調べ主に次の成果を得た。(1)凝縮相に隣接する薄層(境界層)の構造解析から広い適用範囲を持つ線形化問題における相反性に関する一般定理群を発見した。(2)一定の条件を満たす初期状態からは互いに逆向きに進行する2つの膨張波が生じるが、それらの間に真空に成長する高度希薄領域が現れうることを示した。この領域は極めて非平衡で気体温度が強い非等方性を示すことを明らかにした。

研究成果の概要(英文)：

We investigated the unsteady one-dimensional gas flows caused by a phase transition on the basis of the kinetic theory of gases. Main results are as follows. (1) Starting from the investigation of kinetic boundary-layer, we established a general theory of reciprocity for linearized problems. (2) We showed that from a certain class of initial states there occur two expansion waves traveling in the direction opposite to each other, which are separated by a highly rarefied region that evolves into a vacuum. This region is highly non-equilibrium and the temperature is strongly non-isotropic.

交付決定額

(金額単位：円)

	直接経費	間接経費	合計
平成19年度	1,100,000	330,000	1,430,000
平成20年度	1,200,000	360,000	1,560,000
平成21年度	800,000	240,000	1,040,000
平成22年度	500,000	150,000	650,000
年度			
総計	3,600,000	1,080,000	4,680,000

研究分野：希薄気体力学・非平衡気体力学・分子流体力学

科研費の分科・細目：応用物理学・工学基礎・工学基礎

キーワード：ボルツマン方程式、相変化、膨張波、対称性、相反性

## 1. 研究開始当初の背景

常圧環境下では、気体は大域的には流体力学の枠組みが暗に仮定する局所平衡の状態にある。そして上述の非平衡は界面付近の薄層内(厚み：分子の平均自由行程程度、クヌッ

セン層)にのみ現われる。この薄層をその厚みが有意な長さになるまで拡大して観察すると、気液2相の界面は曲率のない平面とみなすことができる。これは、このスケールでは形状が緩やかに変化する界面の曲率半径は無等大とみなせるほど大きくなるからである。そ

の結果、非平衡な薄層を介して隣接する液相と気相の状態の関係は、平面状の液相（凝縮相）に境された気体流が界面から十分離れた遠方（理論上は無遠方）で平衡状態に至るときに示す定常な振舞いを調べることで求められる。このようにして、蒸発あるいは凝縮によって起こる気体流を想定した、ボルツマン方程式の半無限境界値問題は、分子気体力学において、最も基礎的で重要な問題の一つになっている。

上述の半無限境界値問題は一見単純なものであるが、ボルツマン方程式の数学的構造から、実は条件つきでしか解が存在しないことがすぐにわかる。この解の存在とその成立条件を調べることは数学的に高度な難問である。しかし物理サイドからは、適当に拡張した非定常問題の最終状態を調べることで、上述の解の存在条件を調べることがここ20年来行われてきた。すなわち、平面凝縮相に境された気体が初期に適当な一様平衡流の状態にあるものとして、その後の非定常な振舞いを追跡するのである。その結果によれば、蒸発流の場合、気体流の非定常な振舞いは気体力学におけるいわゆる「衝撃波管（ピストン）問題」と類似の特徴を示し、以下の4種の型に類別される：

- (1) クヌッセン層+接触層+衝撃波R,
- (2) クヌッセン層+接触層+膨張波R,
- (3) クヌッセン層+膨張波L+接触層+衝撃波R,
- (4) クヌッセン層+膨張波L+接触層+膨張波R.

ここで衝撃波R、膨張波R、接触層は無遠方へ伝播する。膨張波Lは界面側を上流として伝播する膨張波であるが、上流が音速状態にあるためその波頭は界面に対して静止する。なお、衝撃波、膨張波、接触層、クヌッセン層の間には一様な平衡状態が介在する。単一成分系に対して、この類別をもとに定常解の存在条件が定量的に求められている。

本研究では、非定常問題での気体の振舞いは上述の4種の類別では分類しきれず、さらに第5の型として

- (5) クヌッセン層+膨張波L+真空+膨張波R

を類別に加えるべきことを予想した。これが研究開始前後の状況である。

## 2. 研究の目的

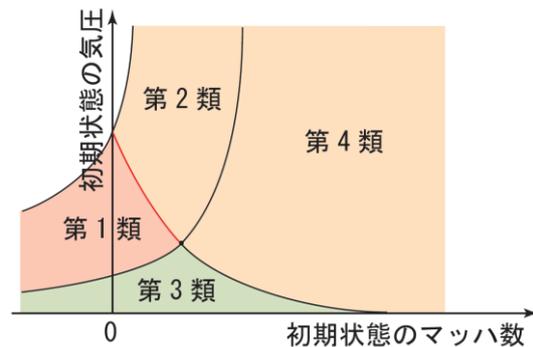
本研究では、相変化によって起こる気体流の数学的構造を理解するために、とくに、その半無限境界値問題に主要な焦点を当てた。

具体的には、凝縮相からの非定常蒸発流の振舞いにおいて、従来考えられていた4種の類別に、さらに真空領域の形成が起こる第5の型の振舞いが見られるというものである。代表者が予測したこの新しい型の振舞い（凝縮相に隣接する気体論的境界層、2つの膨張波の形成、およびその間の真空領域の形成）を立証することを、研究のおもな目的とした。

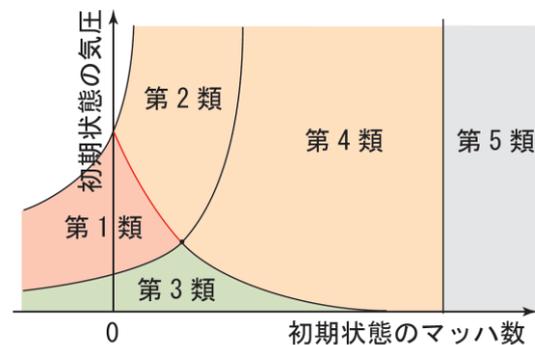
## 3. 研究の方法

まず、当初計画の立案のもとになった予想を理論的に確認した。

従来の類別模式図



申請者が予想した新しい類別模式図



新しい型に分類される気体流れは、凝縮相付近での気体論的境界層、進行膨張波上流の一樣状態および膨張波主要部の流体力学的領域、および真空領域が形成されると予想される非流体力学的領域（高度希薄領域）に分類される。そこで本研究では、流体力学的記述が許されない気体論的境界層部分および高度希薄領域に焦点を当て、以下の3つの取り組みにより研究を進行した。

- (1) 気体論的境界層に関する数値的研究
- (2) 音速状態から真空中への膨張波の振舞いの数値的研究
- (3) (2)を踏まえた2つの膨張波間に形成される真空領域の形成過程の解明

#### 4. 研究成果

まず, 当初計画の立案のもとになった5種の型による流れの類別予想を理論的に確認し, 論文として提出した. さらに項目3の(1)-(3)については以下の成果が得られた.

##### (1) 気体論的境界層に関する数値的研究

この研究は当初計画を超えて大きく進展した. 相変化をともなう気体流は, 異なる2相の界面付近に境界層を必然的にともなうが, この境界層部分の気体の振舞いは, 広い範囲の状況において線形方程式系で記述することができる. 本研究の過程で, 線形系の範囲で成り立つボルツマン方程式の一般的な対称性から物理量の間の意味ある関係を導き出すことに成功し, この枠組みを一般理論として構築した.

##### (2) 音速状態から真空中への膨張波の振舞いの数値的研究

これは研究当初に予想した新しい型の振舞いの素過程をみるための研究である. そのために, 真空領域が形成されるよりもむしろ, 真空領域へ気体の流れ込む状況に焦点を当て, 前者の解明への準備とした. 真空領域への気体の膨張自体が興味深い問題であるため, 精密な数値解の構成を企図したが, 極々低密度の領域での数値解の精度を確保することができなかった. その一方で, 2つの膨張波間に真空領域が形成されていく過程を数値的に追求できる目途が立てられた.

##### (3) (2)を踏まえた2つの膨張波間に形成される真空領域の形成過程の解明

(2)の数値解析の結果を受け, 新しい型の流れの本質的構造を抜き出したピストン問題に真空形成過程の大規模計算を行った. 通常の気体力学で膨張波と扱われる領域と真空として扱われる領域における気体の振舞いの本質的な違いを数値的に明らかにした. とくに長時間経過における解の漸近的挙動を数値解から綿密に分析した. その結果によれば, 膨張波領域では, 気体の振舞いは完全流体の等エントロピー流理論のものに時間漸近的に移行し, 気体温度は等方的な振舞いを見せる. 一方, 高度希薄領域は真空領域へ確実に移行する. この過程は極めて非平衡的であり, 気体温度は強い異方性を示すことが明らかになった.

#### 5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計6件)

- ① S. Takata, “Symmetry of the linearized Boltzmann equation,” in *Proceedings of the 27th International Symposium on Rarefied Gas Dynamics* (印刷中) (査読有).
- ② S. Takata, Symmetry of the unsteady linearized Boltzmann equation in a fixed bounded domain, *J. Stat. Phys.* **140**(5), 985-1005 (2010), published online 30 June, 2010. (査読有)
- ③ S. Takata, Note on the relation between thermophoresis and slow uniform flow problems for a rarefied gas, *Phys. Fluids* **21**(11), 112001 (2009). (7 pages) (査読有)
- ④ S. Takata, Symmetry of the linearized Boltzmann equation II. Entropy production and Onsager-Casimir relation, *J. Stat. Phys.* **136**(5), 945-983 (2009). (査読有)
- ⑤ S. Takata, Symmetry of the linearized Boltzmann equation and its application, *J. Stat. Phys.* **136**(4), 751-784 (2009). (査読有)
- ⑥ S. Takata, On the long time behavior of gas flows by evaporation from a plane condensed phase, *Bulletin of the Institute of Mathematics, Academia Sinica (New Series)* **3**(1), 115-147 (2008). (査読有)

[学会発表] (計9件)

- ① S. Takata, Symmetry of the linearized Boltzmann equation: A theory from steady to unsteady problem, *International Conference on Nonlinear Partial Differential Equations: Mathematical Theory, Computation, and Applications*, Singapore (Singapore), November 29–December 3, 2010.
- ② S. Takata, On the symmetry of the linearized Boltzmann equation,” *The 27th International Symposium on Rarefied Gas Dynamics*, Invited lecture of the session “Boltzmann and Related Equations,” Pacific Grove, California (USA), July 10–15, 2010.
- ③ 高田滋, 定常系における線形化ボルツマン方程式の対称性について, 日本航空宇宙学会関西支部第425回航空懇談会, 大阪大学工学研究科, 吹田市, 2010年2月12

- 日.
- ④ 高田滋, 分子気体力学における漸近解析－流体力学極限の理論とその周辺－, ”未来研究ラボ「非線形ダイナミクス」研究会「流体力学における漸近解析」, 大阪大学基礎工学研究科, 吹田市, 2009年12月1-2日.
  - ⑤ 高田滋, 分子気体力学における解析と数値計算, CompView GCOE Symposium 「Workshop1: 偏微分方程式の理論と実践－流体解析を中心として」, 東京工業大学, 目黒区, 2009年12月3日.
  - ⑥ S. Takata, Symmetry of the linearized Boltzmann equation and the Onsager-Casimir relation, 2009 NIMS Hot Topics Workshop on Kinetic Theory and Fluid Dynamics, Seoul National University, Seoul (Korea), October 22-24, 2009.
  - ⑦ S. Takata, Symmetry of the linearized Boltzmann equation, Modern Topics in Nonlinear Kinetic Equations, Department of Applied Mathematics and Theoretical Physics, University of Cambridge, Cambridge (UK), April 20-22, 2009.
  - ⑧ S. Takata, Symmetry of the linearized Boltzmann equation, 2009 Workshop on Kinetic Theory, Institute of Mathematics, Academia Sinica, Taipei (Taiwan), March 21-23, 2009.
  - ⑨ 高田滋, 分子気体力学による流体力学極限の研究とその応用, 2008年春季第55回応用物理学関係連合講演会 日本真空協会企画シンポジウム「真空中の気体の流れ」, 日本大学理工学部 船橋キャンパス, 船橋市, 2008年3月27日.

## 6. 研究組織

### (1) 研究代表者

高田 滋 (TAKATA SHIGERU)  
京都大学・大学院工学研究科・准教授  
研究者番号 : 60271011

### (2) 研究分担者

該当なし

### (3) 連携研究者

該当なし