

平成 21 年 6 月 1 日現在

研究種目：基盤研究 (C)

研究期間：2007～2008

課題番号：19560068

研究課題名 (和文) 流体混合問題に関する数理的研究

研究課題名 (英文) Studies on mathematical aspects of fluid mixing

研究代表者

船越 満明 (FUNAKOSHI MITSUAKI)

京都大学・大学院情報学研究科・教授

研究者番号：40108767

研究成果の概要：振れを伴う曲った円管内を軸方向の圧力差によって流れる流体の混合問題をカオスや力学系の理論を用いて調べ、どのような円管の曲がり方や振れ方、軸方向平均速度に対して混合効率が良いかを調べた。その結果、円管の各点での曲がり方と振れ方を表す量と軸方向平均速度に基づくレイノルズ数から作られるあるパラメータが適当な範囲で変動する場合に混合効率が高いことがわかった。また、カオスを用いた流体混合の意義とメカニズムに関して包括的な検討を行った。

交付額

(金額単位：円)

	直接経費	間接経費	合計
2007年度	2,700,000	810,000	3,510,000
2008年度	900,000	270,000	1,170,000
年度			
年度			
年度			
総計	3,600,000	1,080,000	4,680,000

研究分野：工学

科研費の分科・細目：[分科]応用物理学・工学基礎、[細目]工学基礎

キーワード：カオス、流体混合、数理工学、マイクロマシン

1. 研究開始当初の背景

カオスは、初期値に対する敏感な依存性をもつ不規則な解であり、さまざまな非線形方程式がこのような解をもつことは 1960 年代以降に示されてきた。また、機械システム、電気回路、流体系、生体系を始めとする多くの系の実験においてもカオスの振る舞いが見られることがわかっており、カオスは多くの系で見られる普遍的な現象となっている。

このカオスに関する理論の発展に伴って、カオスの振る舞いを有効に利用しようとする

る研究が、その後いろいろな分野で行われ始めた。その一つとして、流体の微小部分がカオス的に動くような流れ場を作り出し、カオスのもつ初期値に対する敏感な依存性を用いることによって流体を効率よく混合しようとする、カオス混合の研究がある。流体の微小部分のカオス運動やカオス混合の研究は、1980 年代から Aref や Ottino によって始められ、その後多くの研究が行われてきた。カオス混合の研究においては、流れ場を特徴付けるパラメータであるレイノルズ数が小

さいときに見られる層流流れによる流体混合が取り扱われる。したがって、カオス混合はレイノルズ数が小さくなる高粘性流体の混合やマイクロスケールでの混合にとくに関係が深い。

このようなカオス混合に関する研究の対象の1つとして、細長い管の入口から混合すべき流体を入れて、圧力差の作り出す流れによって流体を管の軸方向に動かし、管の出口で混合された流体を得ようとする混合装置がある。この種の装置で代表的なものは、管の内部にエレメントと呼ばれる複雑な形状のものを置いて混合を促進しようとするスタティックミキサーであり、これまで多くの種類のスタティックミキサーが考案され実際に用いられている。しかし、スタティックミキサーは内部にエレメントを置く必要があることから製作工程が複雑であり、またマイクロスケールのものを作るのが難しい。

そこで、管の内部にエレメントを置かず、その代わりに管を曲げたり振ったりことによって流体のカオス運動を作り出し、それによって効率の良い混合を行おうとする研究が、Jones などによって行われ始めた。そして、これらの研究の中で、混合効率を上げるためには管を曲げるだけではなく振ることが有効であることがわかっていった。しかし、これまでの研究では、振りのない曲がった管を一定の角度だけ振って接続する場合のみが調べられていた。すなわち、より一般的であり、より効率的な混合をもたらす可能性のある、曲がった管が連続的に振れている場合の研究は、これまで行われていなかった。

2. 研究の目的

上記のような背景の下で、連続的に振れた曲がった管を考え、その中の圧力差による流体の流れとそれに伴う流体の微小部分のカオス運動の可能性を調べ、どのような管の曲がり方や振れ方に対して混合効率が良いか、およびこの流れの軸方向平均速度から決まるレイノルズ数のどのような値に対して混合効率が良いかを調べるのが、本研究の1つの目的である。また、連続的に振れた曲がった管の中の流れによる混合効率を予測する上で役に立つ指標を得ようとするのも本研究の目的である。さらに、カオスを用いた流体混合の意義とメカニズムに関して包括的な検討を行うことも目的としている。

3. 研究の方法

本研究では、半径 a の円形断面を持つ曲がった管を考え、 a で無次元化した管の中心線の曲率 κ と振率 τ が周期的に変化する場合に、管内を流れる流体の微小部分のカオス運動とそれに伴うカオス混合を調べた。具体的に

は、まず図 1(a) のような、短軸と長軸の長さが A と B の楕円形の筒（とくに $A=B$ の場合は円形の筒）に巻きつけられ、筒の軸方向のピッチが $2\pi c$ のらせん状の円管を考える

($A=B$ の場合は通常のはらせんとなる)。そして、図 1(a) の形から筒の軸方向に周期的に振幅 d で変位する、たとえば図 1(b) のような円管を考える。以下では図 1(b) のような d が 0 でない円管を考えるが、このような円管では、 A, B, c, d の値に依存する中心線の曲率 κ と振率 τ が周期的に変化する。

そして、この円管の中を管軸方向の一定の圧力勾配によって流れる定常流を考え、その軸方向平均流速と流体の動粘性係数および a に基づくレイノルズ数を Re と定義した。この定常流の速度場としては、Dean が振れない円管内の流れに対して求めた近似的速度場に、振りの影響による断面方向の剛体回転の効果をつけ加えたものを用いた。

本研究では、この定常流による流体の微小部分の断面方向のカオス運動とそれに伴う流体のカオス混合のようすを、パラメータ A, B, c, d, Re のさまざまな値に対して調べた。具体的には、流体の微小部分の、円管の軸方向への1周期分の移動に伴う円管断面方向の運動を表すポアンカレ断面や、適切に定義された流体の混合度の指標などを用いて調べた。また、混合効率の予測の指標として用いることができる可能性のある量について、ポアンカレ断面の結果も用いて考察を行った。さらに、力学系の理論、保存系のカオスの理論などを基に、カオスを用いた流体混合の意義とメカニズムに関して包括的な検討を行った。

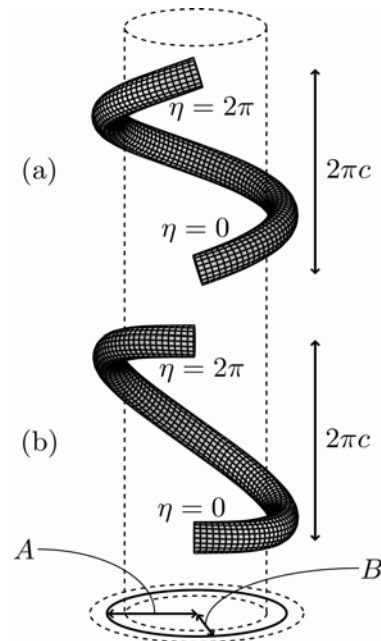


図 1

4. 研究成果

先に定義したポアンカレ断面を数値的に計算すると、例えば図2のようなになる。すなわち、円管断面は、流体の微小部分がカオス的に動いて高い混合効率をもたらすと期待されるカオス領域（点が不規則に分布している領域）と、流体の各微小部分が1つの閉曲線上を規則的に動いて高い効率での混合を阻害すると考えられる規則領域に分けられる。

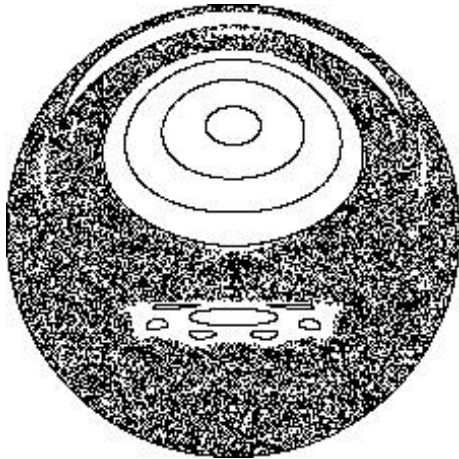


図2

本研究では、ポアンカレ断面をさまざまな Re の値に対して求めた結果、カオス領域の円管断面全体に対する比率が、ある中間的な Re の範囲に対して高くなり、このような Re の値を与える軸方向速度あるいは圧力勾配を用いると混合効率が高くなると期待されることがわかった。次に、円管を円筒に巻きつける $A=B$ の場合を考え、さまざまな A の値に対してポアンカレ断面を求めた結果、 A の値が小さいほど（すなわち小さい半径の円筒に巻きつけるほど）カオス領域が大きく、高い混合効率が期待されることがわかった。また、同じく円筒に巻きつける場合において、ピッチを特徴づけるパラメータ c や通常のものからの変位の大きさ d のさまざまな値に対してポアンカレ断面を求めた結果、 c についてはある中間的な値の範囲で最もカオス領域が大きくなり、 d については値が大きいほどカオス領域が大きくなること、およびこれらの c と d で高い混合効率が期待されることがわかった。また、円管を楕円の筒に巻きつける（すなわち A と B の値が異なる）場合についても、楕円筒の周長を固定するように A と B の値を変えてポアンカレ断面を求めた結果、筒の軸方向への円管のらせん形状からの変位の位相を適当な値に選べば、 A と B の差が大きい細長い筒に円管を巻きつけた場合にカオス領域が

大きくなり高い混合効率が期待されることを示した。

次に、円管の1周期の間に円管の中心線の曲率 κ と振率 τ は周期的に変化するが、それに伴って $\lambda = 12\tau / (\kappa Re)$ によって定義される特性比 λ の値も同じ周期で変動する。この λ は、Dean が求めた円管が曲がっていることによって作り出される2つの渦をもつ断面方向の流れと、円管が振れていることによる断面方向の剛体回転流れの強さの比を特徴づける量であると解釈することができる。したがって、この λ を混合効率の指標として用いることができると期待される。本研究では、ポアンカレ断面などの結果とこの λ の変動を比較することによって、 λ の変動幅が混合効率の指標として大変有用であることを示した。具体的には、 λ が0に近い値から1に近い値（あるいは1よりも大きい値）までの範囲で大きく変動する場合にカオス領域が大きくなることから、 λ がこのような大きな変動をする場合に効率の良い混合が期待されることがわかった。

また、混合の程度を表す定量的な指標を適切な形で導入し、この指標に基づいて短時間での混合効率のパラメータに対する依存性を調べた。その結果、短時間での混合効率に注目した場合でも、ある中間的な Re の範囲において最も混合効率が良くなること、円管を円筒に巻きつける場合は円筒の半径が小さいほど混合効率が良いこと、が定量的に示された。さらに、ポアンカレ断面においてカオス領域が大きくなるようなパラメータにおいては、混合すべき流体の初期配置によらず短時間での混合効率が良いが、カオス領域が小さくなるパラメータにおいては、この混合効率が初期配置に大きく依存することもわかった。

以上のことから、曲がった管が連続的に振れる場合の混合効率は、特性比 λ の変動を調べればかなり予測できるので、 λ が適当な変動となるような円管の曲がり方や振り方を与えることによって高い混合効率をもたらされると予想される。本研究で得られたこの結果は、曲がった管を用いた流体混合を考える際に大変役立つと考えられる。

また本研究では、カオス混合の意義やメカニズムについてもカオスや力学系の理論の立場から包括的な検討を行い、カオスを用いた効率の良い流体混合を行う際に留意すべき点や有用な考え方についても考察を行った。そして例えば、流体の各微小部分の位置にその1周期後の位置を対応させる写像であるポアンカレ写像の固定点、周期点の数および安定性や、この写像の不安定固定点の安定多様体の分布が、長時間および短時間での混合効率の指標として使えることを述べた。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 3 件)

① 船越満明, 流体のカオス運動による混合, 日本機械学会誌, 第 112 巻, pp.137-140, 2009, 査読有.

② 船越満明, 蔣捧鈞, 曲率と振率が周期的に変化する円管内の流れによるカオス混合, 日本流体力学会誌, 第 27 巻別冊, pp.204-204, 2008, 査読無.

③ 船越満明, 蔣捧鈞, 周期的に変化する曲率と振率を持つ円管におけるカオス混合, 京都大学数理解析研究所講究録No.1601「乱流研究の展望: ブレークスルーを求めて」, pp.28-29, 2008, 査読無.

[学会発表] (計 8 件)

①「M. Funakoshi and B. Jang, Chaotic mixing in a curved pipe with periodic variations in curvature and torsion, 61st Annual Meeting of the Division of Fluid Dynamics of the American Physical Society, 2008 年 11 月 24 日, サンアントニオ (アメリカ) .

② 船越満明, 蔣捧鈞, 曲率と振率が周期的に変化する円管内の流れによるカオス混合, 日本流体力学会年会 2008, 2008 年 9 月 6 日, 神戸.

③ M. Funakoshi and B. Jang, Chaotic mixing in a helix-like pipe with periodic variations in curvature and torsion, 22nd International Congress of Theoretical and Applied Mechanics, 2008 年 8 月 25 日, アデレード (オーストラリア) .

④ 船越満明, 蔣捧鈞, 周期的に変化する曲率と振率を持つ円管におけるカオス混合, 日本物理学会第 63 回年次大会, 2008 年 3 月 23 日, 大阪.

⑤ 船越満明, カオスを用いた流体混合,

日本機械学会関西支部第 83 期定時総会講演会, 2008 年 3 月 15 日, 大阪.

⑥ 蔣捧鈞, 船越満明, 周期的に変化する曲率と振率を持つ円管におけるカオス混合, 京都大学数理解析研究所 研究集会「乱流研究の展望: ブレークスルーを求めて」, 2008 年 1 月 16 日, 京都.

⑦ 船越満明, カオス混合の研究の最近の発展, 研究集会「ソリトンの数理とその応用: 非線形波動から可積分系へ」, 2007 年 12 月 22 日, 山口.

⑧ B. Jang and M. Funakoshi, Chaotic mixing in a helix-like pipe with a periodic modulation in curvature and torsion, 60th Annual Meeting of the Division of Fluid Dynamics of the American Physical Society, 2007 年 11 月 18 日, ソルトレークシティ (アメリカ) .

[図書] (計 1 件)

① 船越満明, 朝倉書店, カオス (シリーズ非線形科学入門 3), 2008 年, 226 ページ.

6. 研究組織

(1) 研究代表者

船越 満明 (FUNAKOSHI MITSUAKI)
京都大学・大学院情報学研究科・教授
研究者番号: 40108767

(2) 研究協力者

蔣 捧鈞 (JANG BONGKYUN)
京都大学・大学院情報学研究科・学生