

機関番号：12601

研究種目：基盤研究（C）

研究期間：2007～2009

課題番号：19560436

研究課題名（和文） 量子系の不確定性原理と達成可能な制御性能

研究課題名（英文） Uncertainty Principle and Attainable Control Performance of Quantum Systems

研究代表者

津村 幸治（TSUMURA KOJI）

東京大学・大学院情報理工学系研究科・准教授

研究者番号：80241941

研究成果の概要（和文）：

連続測定下にある量子スピン系のフィードバック制御に関して、その量子フィルタ、フィードバック制御系の収束速度の理論的限界について結果を得た。またスピン系を用いた多ビットエンタングルド状態を達成する観測系およびフィードバック制御系を導出した。

研究成果の概要（英文）：

In this research, we deal with quantum spin feedback control systems under continuous measurements and derive theoretical limitation on convergence rate of quantum states to target states in quantum filters and quantum feedback systems. We also derive observation systems and feedback systems to attain multi-qbit entangled states on quantum spin systems.

交付決定額

（金額単位：円）

	直接経費	間接経費	合計
2007年度	1,100,000	330,000	1,430,000
2008年度	1,200,000	360,000	1,560,000
2009年度	1,100,000	330,000	1,430,000
年度			
年度			
総計	3,400,000	1,020,000	4,420,000

研究分野：工学

科研費の分科・細目：電気電子工学・制御工学

キーワード：量子力学、制御理論、スピン系、フィードバック制御、量子フィルタリング、エンタングルド状態

## 1. 研究開始当初の背景

(1) 量子情報システムを実現する一部にフィードバック制御を用いる考えがあるが、制御理論で知られている制御性能限界が、量子力学系の不確定性と深く関わる量子情報システムにもたらす性能限界については不明であった。

(2) 量子系の連続測定を伴った量子フィルタリングによる状態推定を用い、フィードバックするという方法論が考えられていたが、古典系にはない、観測におけるバックアクション

に伴った推定誤差が生じる。その、制御系に対する影響を解析する必要があった。

## 2. 研究の目的

本研究では、連続測定下にある量子制御系を対象とし、その制御性能限界を明らかにすることである。この問題は、以下の課題を解決することで解決される。

(1) 量子フィルタリングにおける性能限界の解明

(2) 量子系の制御問題における性能限界の解

明

本研究では、上述の課題を解決することを目指した。

### 3. 研究の方法

研究の目的で示した課題の解決のため、

(1) 制御対象を具体的に連続測定下にある量子スピン系と定め、その量子フィルタにおける量子状態の収束速度の上限値について解明する。

(2) 上記量子フィルタを用いた量子フィードバック系を構成し、量子状態の目標状態への収束速度の上限値について解明する。

また必ずしも当初の目的にはなかったが、

(3) スピン系を用いたエンタングルド状態を生成するために、観測系が満たさなければならない条件を導出する。

(4) 実装におけるサンプリング時間の上限値を求める。

### 4. 研究成果

研究の目的で示した課題について、以下の結果を得た。

#### 理論

平成 19 年度:

量子ビットを実現する一つの候補である量子スピン系を対象とし、連続測定下にある量子系のフィルタリング方程式の収束度を得るために不可欠となる、連続入力によって大域安定化を実現する制御フィードバック則を求めた。特に一般次元でかつ任意の固有状態を制御目標とする安定化フィードバック則が学術的に意義のあるものである。またこの連続フィードバック則の発見により、それを適用した量子スピン系の量子状態の目標状態への収束度についての理論的上界を得ることに成功した。その上界は測定効率や制御器の自由パラメータを用いた関数であり、よりよい性能を達成するための指針を与えることになる。また一方で、光学系である量子スピン系とは別の有力な量子ビットの候補として、井戸型ポテンシャル場にある原子からなる量子系を考え、量子非可換作用素からなる確率論に沿った厳密な考察により、その量子フィルタリング方程式の導出に成功した。このフィルタリング方程式はこれまで簡易な考察により知られていた方程式の正しさを証明するものであり、学術的に意義のあるものである。

平成 20 年度:

前年度で得られていた、連続測定下にある量子スピン系の連続入力によって大域安定化

において、より弱い条件の導出に成功した。これにより、制御系の自由度が増すことになる。また量子情報理論で重要となる量子エンタングルド状態を、連続信号のフィードバック制御により達成するための、測定系が満たすべき条件について、部分的な結果を導出した。一方で、量子フィードバック系における観測と制御の役割を、量子状態のエントロピーの時間変化を数式的に解析することで明らかにした。

平成 21-22 年度:

連続測定下にある量子系のフィルタリング方程式において、エンタングルド状態を達成するために測定系が満たすべき条件を求めた。特に一般次元の、あるクラスのエンタングルド状態を制御目標とする測定系の構造を明らかにしたことが学術的に意義のあるものである。また、量子フィードバック系のサンプル値系について、大域的安定化を達成する制御フィードバック則と、サンプリング時間についての条件を導出した。実際に量子系をフィードバック制御するには、これをサンプル値系として扱う必要があるが、これまでサンプリング時間が 0 となる漸近的な場合しか考慮されてこなかった。本結果では、厳密に 0 より大きいサンプリング時間により大域的安定化が可能であることを示すものである。最後に、より一般的な量子フィードバック系を考え、フィードバックに不可欠な可制御性を持つための観測系が満たすべき条件を導出した。

#### 数値実験による検証

平成 19 年度:

理論的に得られた量子フィルタリング方程式の収束度を数値実験により検証した。具体的にはフィードバック制御された多次元スピン系の量子状態をシミュレートし、測定効率、制御パラメータの値に対する収束度の変化が理論的に得られた上界値と整合することを確かめた。

平成 20 年度:

理論的に得られた量子ビット系の安定化について、特にスピン系における量子エンタングルド状態を目標として、それへの収束や収束速度を数値実験により検証した。具体的にはフィードバック制御された多次元スピン系の量子状態をシミュレートし、測定効率、制御パラメータの値に対する収束度の変化が理論的に得られた上界値と整合することを確かめた。

平成 21-22 年度:

多次元スピン系の量子状態をシミュレート

し、測定効率、制御パラメータの値に対する収束度の変化を解析した。

#### 研究発表

結果に関し平成 19 年度は、2007 American Control Conference, 計測自動制御学会制御理論シンポジウム, 計測自動制御学会制御部門大会でそれぞれ発表した。

平成 20 年度は、2008 American Control Conference, IFAC, 計測自動制御学会 Annual Conference, 計測自動制御学会制御部門大会でそれぞれ発表した。

平成 21-22 年度は、SICE Journal of Control, Measurement, and System Integration, IEEE Conference on Decision and Control 2010, 計測自動制御学会制御部門大会, SICE Annual Conference 2010 でそれぞれ発表した。

#### 5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 3 件)

- (1) T. Tomotake, S. Hara, K. Tsumura, Local State Transition of Feedback Controlled Quantum Systems with Imperfect Detector Efficiency: Part I: Differential Geometric Analysis for Dynamical Systems with Matrix-valued Systems, SICE Journal of Control, Measurement, and System Integration, Vol. 3, No. 6, pp. 409--416 (November 2010)
- (2) T. Tomotake, S. Hara, K. Tsumura, Local State Transition of Feedback Controlled Quantum Systems with Imperfect Detector Efficiency: Part II: Accessibility Analysis for Quantum Systems, SICE Journal of Control, Measurement, and System Integration, Vol. 3, No. 6, pp 417--423 (November 2010)
- (3) N. Yamamoto, K. Tsumura, S. Hara, Feedback control of quantum entanglement in a two-spin system, Automatica, 43, pp. 981-992 (2007)

[学会発表] (計 6 件)

- (1) D. Matsuna, K. Tsumura, Global Stabilization of Quantum Spin Systems via Discrete Time Feedback Control, Proc. the 49th IEEE Conference of Decision and Control, pp. 3766--3771 (2010)

- (2) T. Sasaki, S. Hara, K. Tsumura, Accessibility Analysis for Controlled Quantum Systems under Continuous Quantum Measurement, Proc. 19th IEEE International Conference on Control Applications, pp. 1749--1754 (2010)

- (3) T. Abe, K. Tsumura, Generation of quantum entangled state via continuous feedback control, Proc. SICE Annual Conference 2008, p. 3305-3308 (2008).

- (4) T. Abe, T. Sasaki, S. Hara, K. Tsumura, Analysis on behaviors of controlled quantum systems via quantum entropy, Proc. the 17th World Congress, The International Federation of Automatic Control, pp. 3695-3700, Seoul, Korea, July 6-11 (2008)

- (5) K. Tsumura, Global stabilization at arbitrary eigenstates of N-dimensional quantum spin systems via continuous feedback, Proc. the 2008 American Control Conference, pp. 4148-4153 (2008)

- (6) K. Tsumura, Global stabilization of N-dimensional quantum spin systems via continuous feedback, Proc. the 2007 American Control Conference, pp. 2129-2134 (2007)

[図書] (計 0 件)

[産業財産権]

○出願状況 (計 0 件)

名称 :  
発明者 :  
権利者 :  
種類 :  
番号 :  
出願年月日 :  
国内外の別 :

○取得状況 (計 0 件)

名称 :  
発明者 :  
権利者 :  
種類 :  
番号 :  
取得年月日 :  
国内外の別 :

[その他]

特になし

6. 研究組織

(1) 研究代表者

津村幸治 (TSUMURA KOJI)

東京大学・大学院情報理工学系研究科・准教授

研究者番号 : 80241941

(2) 研究分担者

原辰次 (HARA SHINJI)

東京大学・大学院情報理工学系研究科・教授

研究者番号 : 80134972

(3) 連携研究者

なし