

平成 21 年 6 月 15 日現在

研究種目：基盤研究（C）  
 研究期間：2007～2008  
 課題番号：19560448  
 研究課題名（和文） 代数法による低次元線形分数表現モデリングと多次元状態空間実現  
 研究課題名（英文） Algebraic Approach to Low-order LFR Uncertainty Modeling and Multidimensional Realization  
 研究代表者  
 徐 粒（XU LI）  
 秋田県立大学・システム科学技術学部・教授  
 研究者番号：40252324

## 研究成果の概要：

本研究は、LFR(線形分数表現)によるシステムの不確かさモデリング問題と多次元システムの状態空間実現問題について研究し、従来の1次元の場合との違いを解明した上、すべての独立変数やパラメータを同時に扱う直接実現法と、まず一部分の変数を符号係数とみなして実現を求め、そしてこの作業を繰り返すことで全体の実現を得る繰り返し実現法との2種類の新しい代数的な実現法、およびそのアルゴリズムを提案した。

## 交付額

(金額単位：円)

	直接経費	間接経費	合計
2007年度	900,000	270,000	1,170,000
2008年度	800,000	240,000	1,040,000
年度			
年度			
年度			
総計	1,700,000	510,000	2,210,000

## 研究分野：工学

科研費の分科・細目：電気電子工学・制御工学

キーワード：多次元システム，線形分数表現(LFR)，線形分数変換(LFT)，状態空間実現，ロバスト制御，変動システム，Roesserモデル，モデリング

## 1. 研究開始当初の背景

実システム，特に航空機やロケットなど構造が複雑で，モデリング誤差や稼動条件(重量・重力・風速等)の変動など多くの不確かさを持つ実システムに対し，誤差・変動があっても制御性能を保證するロバスト制御

が必要不可欠である。しかし， $\mu$ (構造化特異値)などのロバスト制御理論を適用するには，不確かさ(変動パラメータ)をLFR(線形分数表現)で表現(モデリング)することが前提条件となる。

一方、複数( $n$ 個)の独立変数を持つシステムを研究対象とする多次元( $nD$ )システム理論は、マルチメディア信号処理、多変数通信ネットワークの解析・設計、時間遅れ系・分布系・光学素子を含むシステム・Web-Manufacturingシステムの制御など多くの分野に対する有望な理論体系として注目を集めている。与えられた $nD$ 伝達関数(行列)から状態空間方程式を求める $nD$ 実現問題は、多次元フィルタやシステムの最適設計、シミュレーションおよびハード装置による実現を行う際、避けられない基本問題である。

変数とパラメータの物理的な意味を除けば、LFRモデリング問題はRoesserモデルによる $nD$ 実現問題と代数的に等価であり、上述のように工学上重要な意味を持つ基本的研究課題である。しかし、従来の時間のみを独立変数とする1次元( $1D$ )システムの場合と違って、 $nD$ 実現の次元は伝達関数の次数のみならず、その構造そしてその係数の値まで関連しているため、場合によって係数の符号が1つでも変わると得られる実現の構造や次元まですべて変わってしまうほど非線形性の強い難問である。過去20年間、ロバスト制御と $nD$ システムの両分野から研究されてきたが、テクニックの議論が多く、 $1D$ の場合との本質的な違いや実現に必要な条件など核心の部分はまだ解明されていない点が多い。

## 2. 研究の目的

従来の $1D$ システムの場合との本質的な違いを解明するとともに、低次元の実現ができる次の2種類の実現法を構築する：

**直接実現法：**すべての独立変数やパラメータを同時に取り扱うことで、直接多次元システム全体の実現を構築する方法

**繰り返し実現法：**まず一部分の変数を符号係数とみなしそれら以外の変数に対する実

現を先に求め、そしてこの作業を繰り返すことで全体の実現を得る方法。

## 3. 研究の方法

本研究全体の課題を次のいくつかの小課題に分割し、数式処理を中心とする代数的な方法で研究を行った。

LFR と  $nD$  Roesser 状態空間モデルの構造的な性質を調べ、 $1D$  システムの場合との違いを明らかにする。

直接実現法とそのアルゴリズムの開発；  
繰り返し実現法とそのアルゴリズムの開発；

実現法の特徴解明とその比較；

さらなる次元を低減するための前・後処理テクニックの考案；

数式・数値処理による LFR 自動生成ソフトの開発。

## 4. 研究成果

本研究において、以下の主な成果を得た。

(1) LFR モデルまたは  $nD$  状態空間実現のサイズ(次元)がもとの伝達関数の次数のみならず、その構造、さらにその係数の値にも依存するなど、従来の  $1D$  システムの場合と全く異なる性質を解明した。

(2) LFR モデリングまたは  $nD$  状態空間実現問題をある多変数多項式行列の構築問題に帰着した上、この多項式行列が存在するための必要十分条件を与えた。

(3) 上述の多項式行列、さらにそれに基づいて全体の LFR モデルまたは状態空間実現を構築する直接実現法とそのアルゴリズムを提案した。この方法は伝達関数(行列)の構造による影響とその係数の値による影響とも考慮しているので、従来の実現法より遙かに低い次元の実現を得る

- ことができる。
- (4) 直接実現法に基づいて、まず一部の変数を符号係数とみなし実現を構築し、そしてこの作業を繰り返すことで全体の実現を得る繰り返し実現法とそのアルゴリズムを提案した。この方法は、独立変数および変動パラメータが多く、伝達関数行列のサイズが大きいシステムの LFR モデルまたは状態空間実現を求めるには特に有効である。
- (5) 直接実現法と繰り返し実現法の性質、特に実現次元の上限の解析と比較を行い、利用する際の参考基準を検討した。また、実例を用いて本研究で提案した方法は、簡単に数式処理で実現でき、有理関数と多項式の行列を統一的に取扱えると同時に、より低次元の実現ができる特徴を明らかにした。
- (6) 提案した実現法による最小実現の条件について調べ、2D の場合に対し従来示されていないクラスのシステムの最小実現条件を解明した。
- (7) 符号係数を持つ LFR モデルまたは  $nD$  状態空間実現の低次元化を行うために、従来の低次元化アルゴリズムを数式処理に適した形で再構成した。
- (8) 以上の結果に関するアルゴリズムのプログラムを MATLAB および Maple を用いて開発した。このソフトによって、複雑な事前処理をしなくとも、与えられた伝達関数行列から低次元の LFR モデルまたは  $nD$  状態空間実現を自動的に生成することが可能となった。

以上に述べたように、本研究で解明したこれまで知られていなかった性質と導入した代数的な手法は新しい可能性と方向性を示したもので、この研究分野における新たな展開をもたらすことが期待される。

#### 5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文](計 7 件)

S. Yan, N. Shiratori, Li Xu, Simple State-Space Formulations of 2-D Frequency Transformation and Double Bilinear Transformation, Multidimensional Systems and Signal Processing (掲載予定) 査読有

H. Fan, H. Cheng, Li Xu, A Constructive Approach to Minimal Realization Problem of 2D Systems, Journal of Control Theory and Applications, Vol. 7, (2009) (印刷中) 査読有

Li Xu, H. Fan, Z. Lin and N.K. Bose, A Direct-Construction Approach to Multidimensional Realization and LFR Uncertainty Modeling, Multidimensional Systems and Signal Processing, Vol. 19, No. 3-4, (pp.323-359) (2008) 査読有

Q. Wu, B. Lu, Li Xu, A Parameter Optimization Approach to Robust PI-Controller Design for Systems with Interval Plants, Journal of Control Theory and Applications, Vol. 6, No. 4, (pp.435-441) (2008) 査読有

Z. Lin, Li Xu, N. K. Bose, (Invited Paper) A Tutorial on Grobner Bases with Applications in Signals and Systems, IEEE Trans. Circuits and Systems I: Regular Paper, Vol. 55, No. 1, (pp. 445-461) (2008) 査読有

S. Yan, Li Xu, Y. Anazawa, A Two-Stage Approach to the Establishment of State-Space Formulation of 2D Frequency Transformation, IEEE Trans. Signal Processing Letters, Vol. 14, No.12, (pp.960-963) (2007) 査読有

Li Xu, Q. Wu, Z. Lin and Y. Xiao, A New Constructive Procedure for 2D Coprime Realization of Fornasini-Marchesini Model, IEEE Trans. Circuits and Systems I: Regular Papers, Vol. 54, No. 9, (pp. 2061-2069) (2007.9) 査読有

[学会発表](計 6 件)

N. Shiratori, S. Yan, Li Xu, Derivation of a Novel State-Space Formulation of 2-D Frequency Transformation by LFT Techniques, ICEMS2008, Wuhan, China (2008.9) 査読有

Li Xu, Synthesis of Multidimensional Control Systems by Grobner Basis Approach, SICE2008, Tokyo, Japan (2008.8) 査読有

Li Xu, Structural Insights and Constructive Procedures for Multidimensional Realization and LFR Uncertainty Modeling, SICE 2008, Tokyo, Japan (2008.8) 査読有

S. Yan, N. Shiratori, Li Xu, New Results on State-Space Formulation of 2-D Frequency Transformation, CCDC2008, Yantai, China (2008.7) 査読有

S. Yan, Li Xu, Y. Anazawa, State-Space Formulation of 2D Frequency Transformation for 2D Digital Filters, NDS07, Aveiro, Portugal (2007.6) 査読有

Z. Lin, Li Xu, Y. Anazawa, Revisiting the Absolutely Minimal Realization for Two-dimensional Digital Filters, ISCAS2007, New Orleans (2007.5) 査読有

[図書](計 1 件)

Li Xu, "Applications of Grobner bases in synthesis of multidimensional control systems", in Grobner Bases in Control Theory and Signal Processing (Eds. Hyungju Park, Georg Regensburger), Walter de Gruyter (pp.215-234) (2007.11) 査読有

[その他]

<http://web.sc.eis.akita-pu.ac.jp/~xuli/>

## 6 . 研究組織

### (1) 研究代表者

徐 粒 (XU LI)

秋田県立大学・システム科学技術学部・教授

研究者番号： 40252324

### (2) 研究分担者

なし

### (3) 連携研究者

なし