

平成 21 年 6 月 10 日現在

研究種目：基盤研究 (C)

研究期間：2007～2008

課題番号：19560455

研究課題名 (和文) 最適平滑化スプラインの一般化理論とプログラムライブラリの開発

研究課題名 (英文) Theory of Optimal Smoothing Splines and Program Library

研究代表者

狩野 弘之 (KANO HIROYUKI)

東京電機大学・理工学部・教授

研究者番号：00246654

研究成果の概要：最適スプラインの問題について、解の存在や解の特性解析など基礎理論を重視しつつ、これまでの理論の発展、一般化を行い、さらに理論の応用を行った。理論面では制約付スプライン、多変数スプライン、また多階層平滑化スプラインの最適理論およびアルゴリズムを導びき、様々な数値例によってその有効性を検証した。また応用面では柔軟物体の運動変形モデリングや繰り返し書字学習システムの開発を行った。

交付額

(金額単位：円)

	直接経費	間接経費	合計
2007 年度	1,200,000	360,000	1,560,000
2008 年度	900,000	270,000	1,170,000
年度			
年度			
年度			
総計	2,100,000	630,000	2,730,000

研究分野：工学

科研費の分科・細目：電気電子工学・制御工学

キーワード：最適平滑化スプライン、動的スプライン

1. 研究開始当初の背景

スプライン関数は、CAD、コンピュータグラフィックス、ロボットや航空機等の各種軌道計画、数値解析、など様々な分野で使用されており、実用的にも大変有望な関数である。また、区分的に定義された関数であるという事実は、多様な曲線の設計や局所的な取り扱いを可能にするが、一方でその設計は大変煩雑である。

スプラインの研究、使用の歴史は長く多くの研究がされてきたが、一方、制御論の立場からの研究 (動的スプライン) が Martin (Texas Tech Univ.) らの研究グループによって、スプラインの研究としては比較的新しく

1990 年頃から始められた。狩野もほぼ同時期にはスプラインの研究を開始しており、2000 年頃から Martin らとの本格的な共同研究を始めている。特に 2004～2005 年度の科学研究費補助金によるテーマ「制御論的アプローチによる最適スプラインの理論およびその応用」(基盤研究(C), 研究代表者: 狩野)のもとで行った研究では、スプラインに対する整然とした理論の構築とそれに基づく実用的なアルゴリズムの導出をめざした。

その結果、理論面、応用面ともに研究が大きく進展するとともに、今後の重要な課題も明らかになった。

2. 研究の目的

本研究では、最適スプラインについて、理論面、応用面ではこれまでの研究を基盤にその発展、拡張とともに新たな展開をめざし、また各課題に対する実験プログラムをもとにプログラムライブラリを開発する。最適スプラインの基本問題は、「与えられたデータ点に対して、それらの点あるいはその近くを通り、かつ滑らかな曲線や曲面を構成する」問題であり、Bスプラインや動的スプラインによるアプローチを用いる。

Bスプラインによる方法では、正規化された一様なBスプラインを基底関数としてスプラインを構成し、一方、動的スプラインによる方法では、線形システムをスプライン生成器とみなし、スプライン設計を最適制御問題として定式化する。本研究で取り組む問題では、上記の基本問題を発展、拡張させ、より一般化された問題として考える。

まず、最適スプラインの基礎理論、アルゴリズムおよび応用に関する研究を行う。具体的には、不等式、等式の制約条件が課される場合の最適スプラインの設計方法と軌道計画などへの応用、および多変数最適スプラインの設計、特に3変数最適スプラインの設計と柔軟体の運動形状モデリングの問題に取り組む。また、多階層最適スプラインによって Hermite 補間などに対応する平滑化スプラインを設計し、数値積分や数値微分に応用する。一方、プロトタイププログラムライブラリの開発では、最適スプラインの理論と応用に関する各課題に対するプログラムの整理、統合を行い、プログラムライブラリとして開発する。

3. 研究の方法

(1) 最適スプラインの基礎理論、アルゴリズムおよび応用：

Bスプラインを基底関数に用い、様々な制約条件を伴う最適平滑化スプラインを設計する。制約条件としては、等式、不等式の条件、各点毎や区間に対する条件、関数値や微分値、積分値、など様々ある。これらの制約条件の殆どは制御点ベクトルに対する線形関数として表現することができる。従って、この最適化問題はいわゆる2次計画問題として定式化でき、制約付きスプライン問題はほぼ解決できる。まず1変数(曲線)の場合を考え、次に2変数(曲面)の場合へ拡張する。位置、速度、加速度に制約を受けるロボットの軌道計画問題を始め、関数そのものに制約のある確率密度関数の近似などに適用する。

アルゴリズムでは、特に得られるデータ集合を順に処理する方式の逐次型アルゴリズムの導出を行ない、またこれまで平滑化スプラインを応用してきた文字のモデリングの

方法を発展させて文字学習システムの研究を行う。文字学習は手本を用いた繰り返しによる学習を考え、様々な角度から学習の過程を検討する。

(2) 多変数最適スプラインの設計：

2変数,3変数の場合に対する理論と応用の課題に取り組む。2変数(曲面)の場合では、特に周期スプラインの設計理論を展開し、応用としてクラゲのデジタル動画像からの運動形状モデリングを行う。周期性の条件は2変数のうちのいずれか一方に課する場合と、両方に課する場合を考える。前者は3次元空間での半閉曲面の設計に用いることができ、後者は閉曲面に適用できる。また設計されたスプライン曲面のすべての極値(従って最大値や最小値も)を求める方法を研究する。その場合、スプラインが区分的な関数であることを利用し、区分毎に極値の有無の判定と極値計算を繰り返すことになる。すべての極値が得られることは重要であり、スプライン以外の関数の極値探索にも活用できる可能性がある。3変数スプラインにおいても周期的な場合を考え、3次元柔軟体の運動形状モデリングへの応用をめざす。原理的には1変数から2変数に拡張する考え方をさらに発展させれば良い。

(3) 多階層最適スプラインの設計：

多階層平滑化スプラインによってエルミート補間や Birkhoff 補間に対応する(すなわち関数値のみならず微分係数のデータまで考慮する)平滑化曲線を設計する。またこの問題は主に、1入力多出力線形システムによる動的スプラインのアプローチで取り組む。その場合、エルミート補間や Birkhoff 補間は線形システムの出力行列を適切に選ぶことによって定式化できる。主な課題は、最適解の存在条件の確立と解の導出、および与えられたデータに対する数値積分と微分への応用を含む数値的検討である。さらに本方法は微分方程式の境界値問題の数値解法に適用することができ、その方法の確立と有効性の検証を行う。

(4) プロトタイププログラムライブラリ：

最適スプラインの各課題に対してこれまで作成されてきたプログラムを整理、統合化する。Bスプラインと動的スプライン、1変数と2変数、の各課題に対して作成してきたスプライン設計プログラムおよび応用プログラムをまとめ、ライブラリ化する。

4. 研究成果

(1) 制約条件付き最適スプラインの設計：

1変数の場合について、様々な等式、不等式の制約条件を伴う最適平滑化スプラインの

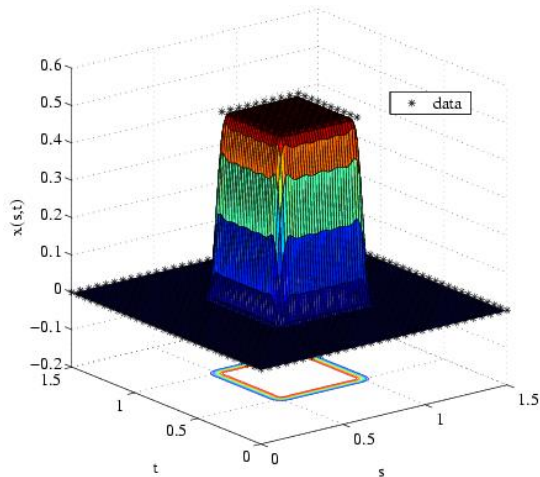


図 1 制約条件付き 2 変数スプライン

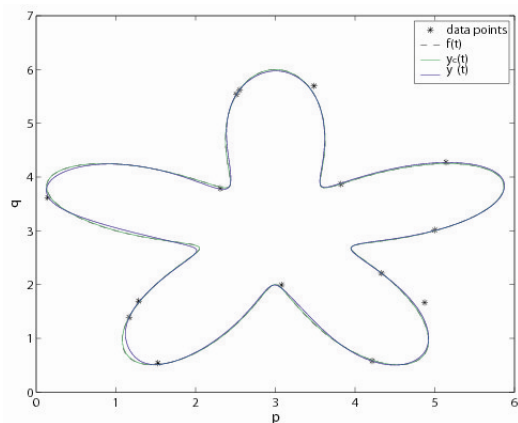
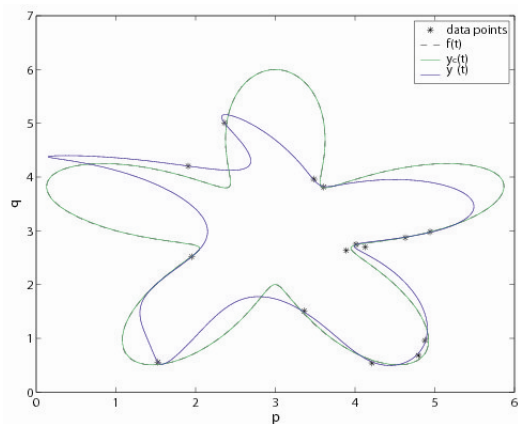


図 2 最適周期スプラインの逐次型設計

設計理論およびアルゴリズムを導いた。また、その応用として、位置、速度、加速度に制約を受けるロボットの軌道計画を始め、確率密度関数（関数値が 0 以上、積分値が 1）や矩形の不連続関数（関数値が 0 以上、1 以下に制約）の近似などに適用し、有用性を確認した。また 1 変数の場合の結果に基づき、2 変数の場合への発展、拡張を行ない、確率密度関数の近似、デジタル画像（輝度値の上下限を設定）の画像処理、などの問題への応用を示した。

図 1 は不連続な 2 変数関数（変数 s, t が 0.5 以上 1.0 以下で関数値が 0.5, その他で 0）を最適平滑化スプラインで近似した結果であり、関数値を 0 以上かつ 0.5 以下の不等式条件の導入により、いわゆる Gibbs 現象を抑制できている。

(2) 最適スプラインの逐次型計算法：
最適平滑化スプラインを設計するときのデータ集合が次々に与えられるようなとき、データを逐次的に処理しスプライン設計を行うアルゴリズムを導いた。典型的な応用例は、SLAM (Simultaneously Localization and Mapping) の問題であり、移動ロボットが周回を繰り返すときに得られるデータから障害物を含むような環境地図を構成していく問題である。繰り返し回数が増加するときのスプラインの統計的、漸近的性質を解析した。また周期スプラインの場合について、数値例によってその有効性を検証した。

図 2 は逐次型アルゴリズムによる周期スプラインの設計の結果を示す。平滑化スプライン設計のためのデータが各繰り返しにおいて 15 個与えられるとしたとき、1 回目の設計結果を上図に示し、20 回目（下図）ではほぼ真の周期曲線に収束している様子が分かる。

(3) 平滑化スプラインによる書字運動の学習：

最適平滑化スプラインの理論とダイナミックフロントモデルをベースとする文字モデルの獲得と草書体文字の生成のこれまでの研究をさらに発展させた。特に、ペンタブレット文字入力装置を用いた書字運動の学習支援システムの開発に着手し、書字運動の繰り返し実験による学習過程の分析や文字の評価などを行なった。評価は時間領域として書字時間の推移や、認知心理学の分野で得られている平面パターンとして視覚誘導場による美的評価、など行った。図 3 に実験の様子を示す。左の画面に手本が示され、右側で書字する。

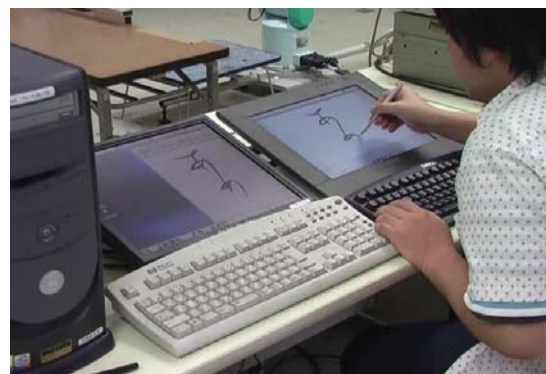


図 3 静的・動的な手本による繰り返し書字学習

(4) 多変数最適スプラインの設計 :

2変数(曲面)の場合に対する理論と応用の課題に取り組んだ. 特に周期スプラインの設計理論を展開し, 応用としてクラゲのデジタル動画像からの運動形状モデリングをおこなった. さらに設計された2変数最適スプライン関数について, すべての極値の検出法を導いた, もちろん最小値や最大値も求めることができる. 数値実験の結果は良好である. 3変数スプラインの設計法についてはアルゴリズムの導出を行った段階である.

図4はクラゲの運動形状モデリングの結果を示す. 101フレームからなるデジタル動画像から10フレームをサンプルし, さらに各フレームにおいて36個のデータ点をサンプルした. これら少数のデータにより半閉曲面(上図)を構成する2変数周期スプライン曲面を設計し, 全体の運動形状を再構成した. 連続時間で構成されている. 図4の下の図はある時刻での輪郭と対応する動画フレームを示す. また図5には2変数スプライン曲面の極値を計算した結果を示す.

(5) 多階層最適スプラインの設計 :

多階層平滑化スプラインによってエルミート補間に対応する(すなわち関数値のみならず微分係数のデータまで考慮する)平滑化曲線を設計する研究を実施した. この場合, 1入力多出力の線形システムをスプライン生

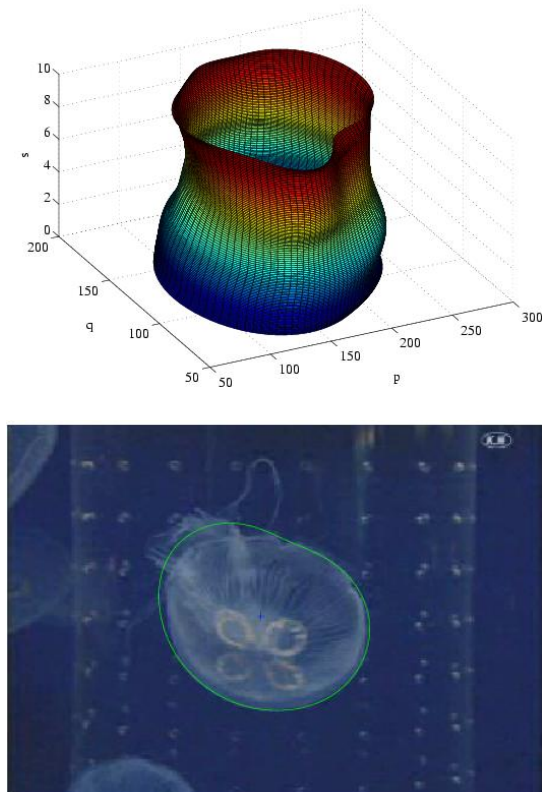


図4 クラゲの運動形状モデリング

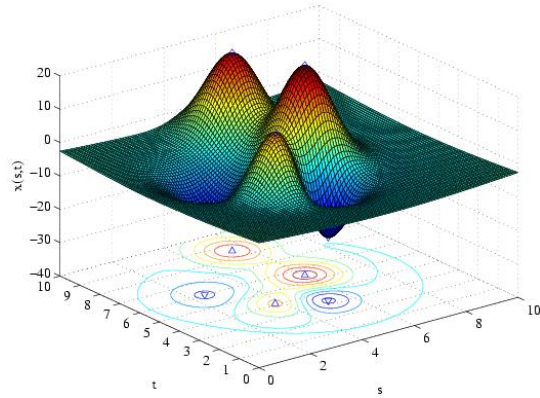


図5 2変数スプライン関数の極値計算

成器に用いる動的スプラインの方法が非常に有効である. 結果は数値積分, 数値微分, さらに微分方程式の2点境界値問題の数値解法に応用し, 良好な結果を得ている.

(6) プロトタイププログラムライブラリの開発:
最適スプラインの理論と応用に関する各課題に対して作成してきたスプラインの設計プログラムおよび応用プログラムを整理し, ライブラリを作成した.

5. 主な発表論文等

(研究代表者, 研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計5件)

- ① H. Fujioka and H. Kano, Periodic Smoothing Spline Surface and Its Application to Dynamic Contour Modeling of Wet Material Objects, IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics- part A, Vol.39, No.1, pp.251-261, 2009. 査読有り.
- ② H. Kano, H. Fujioka and C. F. Martin, Extrema Detection of Bivariate Spline Functions, Applied Mathematics and Computation, Vol.200, Issue 1, pp. 58-69, 2008. 査読有り.
- ③ H. Kano and H. Fujioka, Discrete-Time Control Systems Approach for Optimal Smoothing Splines, Trans. Institute of Systems, Control and Information, Vol. 21, No.2, pp.60-68, 2008. 査読有り.
- ④ H. Kano, M. Egerstedt, H. Fujioka, S. Takahashi and C.F. Martin, Periodic Smoothing Spline, Automatica, Vol. 44, No.1, pp.185-192, 2008. 査読有り.
- ⑤ H. Fujioka and H. Kano, Character Modeling and Synthesis from Human Handwriting Motions with Esthetic Evaluation, International Journal of Assistive Robotics and Mechatronics,

Vol. 8, No. 4, pp.37-46, 2007. 査読有り.

[学会発表] (計 15 件)

- ① H. Fujioka and H. Kano, Recursive Construction of Optimal Smoothing Splines Generated by Linear Control Systems, 2009 IEEE International Symposium on Intelligent Control (ISIC'09), to be presented, Saint Petersburg, Russia, July 8-10, 2009.
- ② H. Fujioka and H. Kano, Constrained Smoothing and Interpolating Spline Surfaces using Normalized Uniform B-Splines, Proc. of the International Conference on Industrial Technology IEEE-ICIT 2009, pp.41-46, Gippsland, Australia, Feb. 1-13, 2009.
- ③ H. Fujioka and H. Kano, Recursive Construction of Optimal Smoothing Splines, Proc. of the 40th ISCIE International Symposium on Stochastic Systems Theory and Its Application, pp.270-275, Kyoto, Nov.14-15, 2008.
- ④ H. Fujioka and H. Kano, Iterative Human Calligraphic Learning by Static and Dynamic Model Writings, Proc. of the 2008 IEEE International Conference on Systems, Man, and Cybernetics (SMC 2008), pp.379-384, Singapore, Oct. 12-15, 2008.
- ⑤ H. Kano and H. Fujioka, Constrained Smoothing Splines with Application to Trajectory Planning, Proc. of the 27th IASTED International Conference on Modeling, Identification and Control, CD-ROM, Innsbruck, Austria, Feb. 11-13, 2008.
- ⑥ H. Kano, H. Fujioka and C. F. Martin, Optimal Smoothing and Interpolating Splines with Constraints, Proc. Of the 46th IEEE Conference on Decision and Control, pp.3011-3016, New Orleans, LA, USA, Dec. 12-14, 2007.
- ⑦ H. Fujioka and H. Kano, Contour and Shape Modeling of Wet Material Objects using Periodic and Closed Spline Surfaces, Workshop and Tutorial CD of the Workshop 'Modeling, Identification, and Control of Deformable Soft Objects' in 2007 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, pp.2-7, San Diego, CA, USA, Oct.29-Nov.2, 2007.
- ⑧ H. Fujioka and H. Kano, Constructing Character Font Models from Measured

Human Handwriting Motion, Proc. of the 2007 American Control Conference, pp. 1467-1472, New York City, USA, July 11-13, 2007.

- ⑨ H. Kano, H. Fujioka and C.F. Martin, Extrema Detection of Bivariate Spline Functions, Proc. of the 2007 American Control Conference, pp.4351-4356, New York City, USA, July 11-13, 2007.

6. 研究組織

(1) 研究代表者

狩野 弘之 (KANO HIROYUKI)
東京電機大学・理工学部・教授
研究者番号: 00246654

(2) 研究分担者 (2007 年度)

藤岡 寛之 (FUJIOKA HIROYUKI)
東京電機大学・理工学部・講師
研究者番号: 10349798

(3) 連携研究者 (2008 年度)

藤岡 寛之 (FUJIOKA HIROYUKI)
福岡工業大学・情報工学部・助教
研究者番号: 10349798