

平成 21 年 6 月 16 日現在

研究種目：基盤研究（C）
 研究期間：2007～2008
 課題番号：19560785
 研究課題名（和文）零収束エネルギー原点可制御性に基づく宇宙機のランデブ・フォーメーション
 ヨン
 研究課題名（英文）Rendezvous and formation of spacecrafts based on null controllability with vanishing energy
 研究代表者
 市川 朗（ICHIKAWA AKIRA）
 京都大学・大学院工学研究科・教授
 研究者番号：00115437

研究成果の概要：2機の人工衛星の相対軌道を用いて、地球周回円軌道上のフォーメーション問題を定式化し、3インパルスによる最適解を求めた。さらに、相対運動を表す方程式の性質を利用し、燃料消費の少ない準最適なフィードバック制御の設計法を提案した。この設計法を、楕円軌道上のフォーメーション問題及び姿勢運動のフォーメーション問題に拡張し、燃料消費の少ないフィードバック制御が設計できることを示した。また、地球・月・宇宙機の円制限3体問題への拡張も行った。

交付額

（金額単位：円）

	直接経費	間接経費	合計
2007年度	1,200,000	360,000	1,560,000
2008年度	700,000	210,000	910,000
年度			
年度			
年度			
総計	1,900,000	570,000	2,470,000

研究分野：工学

科研費の分科・細目：総合工学・航空宇宙工学

キーワード：相対軌道、ランデブ、フォーメーション、原点可制御性、最適レギュータ

1. 研究開始当初の背景

(1) 円軌道上の人工衛星に対する近傍の衛星の相対運動の方程式を原点周りで線形化すると Hill-Clohessy-Wiltshire (HCW) 方程式が得られる。この系は、軌道面の方程式と軌道面外の方程式が独立となり扱いが簡単である。さらに、それぞれが周期解を持ち、種々のミッション及びフォーメーションに有用である。フォーメーションに関しては、HCW 方程式の周期解を追従する問題、2つの周期解間の最短時間移行、最小燃費移行などの研究が行われていた。

(2) 楕円軌道上の相対運動方程式を線形化

したものは、Tschauner-Hempel (TH) 方程式として知られており、複雑ではあるが周期解を持つ。インパルスにより速度を瞬時に変化させ、周期解に一致させる初期化問題が考察されていた。また、この解を軌道要素により特徴づけその制御を行うことでフォーメーション問題を解く研究が行われていた。

(3) 2機の人工衛星の相対軌道が周期軌道になる条件がエネルギーを一致させることにより得られ、インパルスによる周期解への初期化問題の研究が行われた。

(4) HCW 方程式及び TH 方程式に3軸スラストを仮定すると、任意の状態を原点に移動

させるのに必要な制御入力 u の2乗積分は、制御時間を長く取ることにより任意に小さくできることを先行論文で証明した。この性質は、零収束エネルギー原点可制御性(NCVE)とよばれている。

2. 研究の目的

- (1) HCW 方程式が NCVE という性質を持つことに着目し、制御時間を固定せず与えられた初期条件(または初期軌道)から最終軌道へ移行するインパルスによるフォーメーション(再構成)問題を定式化する。そのときの評価関数は速度変化の総和であり、最小燃費問題に相当する。また、この最適制御問題の解をもとに、より現実的な制御としてフィードバックの設計法を考察する。
- (2) TH 方程式の周期解に基づき、インパルス制御によるフォーメーション(再構成)問題を考察する。さらに、燃料消費の少ないフィードバック制御の設計法を提案する。
- (3) HCW 方程式の周期解の代わりに非線形相対運動方程式の周期解を用いて、より自然なフォーメーション問題を考察する。
- (4) 衛星の姿勢運動の方程式も軌道方程式と同様にエネルギーなどの保存量をもつ。方程式はまったく異なるが、NCVE の性質をもつことが予想されるので、相対運動の方程式を導出し、その性質を調べる。
- (5) 地球・月・宇宙機の円制限3体問題では、ラグランジュ点近傍での線形化方程式は、NCVE の性質をもたない。このような系に対するフィードバック制御設計法を検討する。

3. 研究の方法

- (1) HCW 方程式の軌道面内の一般解は一定速度で移動する楕円上にあり、楕円の大きさ、中心のずれ、移動速度を表す3つのパラメータで表現される。特に移動速度が0のとき周期解となる。フォーメーション再構成では、初期の周期解のパラメータを最終の周期解のパラメータに移行させるインパルス制御法を求める必要がある。問題を単純化し、一つのパラメータを変化させる最適制御のインパルス実行時間と大きさの考察を行う。その組み合わせにより、最適解を求める方法を検討する。
- (2) TH 方程式の一般解は、独立変数を時間から真近点離角に置き換えることにより求められており、時間とともに変化しながら移動する楕円上にのる。HCW 方程式の場合と同様に解のパラメータ表現とその制御法を考察する。TH 方程式は周期係数をもつ方程式であるので、フロケの定理から得られる時不変システム行列を求める。変換された TH 方程式は、HCW 方程式の一部に周期関数を挿入した形になるので、その構造を利用した制御法を検討する。
- (3) 円軌道上の非線形相対運動方程式の周

期解の初期条件を、対応する慣性軌道を用いて解析的に決定する。この解を用いて近似のないフォーメーション問題を定式化する。

(4) 衛星の姿勢相対運動の方程式を種々の基準運動に関して導出し、線形化方程式の固有値を調べ NCVE の性質を確認する。燃料消費の少ない、姿勢運動追従のためのフィードバック制御を設計する。

(5) 地球・月・宇宙機の円制限3体問題における、ラグランジュ点近傍での線形化方程式に関して、周期解間の移行問題を最小燃料問題の観点から考察する。特にリッカチ方程式によりフィードバックの設計を行う。

4. 研究成果

(1) 宇宙機のフォーメーションにおいて、固定された軌道上の宇宙機はリーダー、近傍の宇宙機はフォロワーと呼ばれる。リーダーの軌道が円軌道の場合、相対運動の方程式は時不変となり、原点周りで線形化すると Hill-Clohessy-Wiltshire (HCW) 方程式が得られる。HCW 方程式は、周期解をもち、軌道面の軌跡は相似な楕円となる。この周期軌道はフォーメーションに有用であり、特に中心を原点にもつものが種々のミッションに用いられている。本研究では、HCW 方程式の周期軌道から周期軌道への移行を行うフォーメーション再編成問題を主として考察した。初期時間、最終時間は自由、制御はインパルスによる、性能評価は、必要な速度変化の総和(消費燃料に比例する)とする条件のもとに、問題設定を定式化した。周期解の大きさを表すパラメータは、1回のインパルスにより任意に変更できることを示し、その際の最小インパルス時間求め、インパルスの大きさを二つの周期解の大きさを表すパラメータの差の関数として初めて具体的に表した。このインパルスの大きさが、軌道移行に必要な速度変化の総和の下限値となる。さらに、3回のインパルスにより軌道の大きさを単調に変化させ、残りの自由度で他の2つのパラメータを調整することができることを示し、速度変化の総和の下限値を達成した。インパルス時間は、ある不等式条件を満たし、相対速度が進行方向となる半周期の倍数となる時間である。時間固定の問題では、最小原理などの最適化手法を駆使して初期条件ごとに個別に解くが、本問題では、初歩的手法で最適解が得られ、その値が軌道のパラメータで表されることにより、軌道移行に関する物理的知見が得られた。この最適制御の結果をもとに、半周期ごとのインパルスによる状態フィードバックを仮定し、NCVE の性質と最適レギュレータ理論により準最適フィードバックを設計した。標準的なフォーメーション問題では、速度変化の総和は最適制御と比較して数%の増加であった。このように、

最適値が陽に与えられるため、フィードバックの定量的評価が可能になった。軌道面外の運動に関しては、位置と速度を相平面上に表すことにより、1インパルスで軌道移行が可能であることを示した。軌道移行の最適制御も、相平面内の軌道の大きさで表すことができ、最適インパルス時間を求めることができた。一般に面外運動の制御に多くの燃料が必要とされているが、この最適値が求まったことにより、その比が1対2であることが、明らかになった。

(2)リーダーの軌道が楕円軌道の場合、相対運動の方程式はリーダーの軌道の動径および真近点離角の2つの周期関数を係数とする非線形方程式となり、原点周りで線形化すると Tschauner-Hempel (TH)方程式が得られる。この方程式も、周期解をもつが、その形状は複雑である。この周期解もフォーメーションに利用されるが、そのためには周期解の具体的な表現が必要である。独立変数を真近点離角に置き換えることにより、TH方程式の周期解の条件が既に知られているが、フォーメーション再編成問題は、HCW方程式の場合のように簡単には解析はできない。本研究では、HCW方程式にならぬ半周期ごとの4インパルスを仮定し、フォーメーション問題を解析し、実用的な準最適フィードバック解を求めた。変数変換後のシステムは、制御入力の変換によりHCW方程式に帰着できることを示した。連続時間制御では、HCW方程式に設計された定係数フィードバックを離心率が0.3程度までは、有効に使用できることを示した。離心率がさらに大きくなると、フィードバックを微分リッカチ方程式の解により設計する必要があり、よりよい性能のフィードバックが得られている。現在TH方程式の解のパラメタ表現の考察中であるが、その制御行列が複雑であるため最適インパルス制御の導出は今後の課題となっている。

(3)衛星の姿勢運動のフォーメーションに関する相対運動の方程式は、クワータニオンとオイラーの回転の運動方程式から得られるが、軸対称衛星では、基準となる衛星の運動により、定係数の時不変系となる場合とTH方程式と同様周期系となる場合がある。中間軸周りのスピンの場合を除けば、時不変系はNCVEとなることを示した。周期系となる場合、周期関数が三角関数に限定されるため、TH方程式より扱いやすい。この系について、微分方程式の基本解を求めることにより、フロケの分解表現を具体的に求め、NCVEの性質をもつことを示した。さらに、周期系の最適レギュレータ理論により、燃料消費の少ないフィードバック制御の設計を行い、その有効性を示した。このシステムは、周期系であるが、フロケ表現を用いて時不変系に変換することができるため、定数フィー

ドバックを用いてフィードバック制御が設計できることを示した。TH方程式に関しては、フロケの定理による時不変システム行列を求めることができたが、変換用の周期行列は複雑で解析的に得られていない。

(4)上のフォーメーション問題では、相対軌道は線形化されたHCW方程式またはTH方程式の周期解を用いている。しかし、非線形の相対運動の方程式は、これとは異なるそれ自身の周期解をもつ。この周期解に対応する非線形の相対運動の方程式の初期値を求める問題は、非線形方程式の級数展開など種々の方法で研究されているが、陽に計算できる方法はこれまで報告されていない。本研究では、慣性空間上の、円軌道及び同一軌道面内の楕円軌道にリーダー衛星およびフォロワーの位置を与えることにより、2機の衛星の相対位置及び相対速度を解析的に求める方法を提案した。さらに、後者の楕円軌道をその2つの軸周りに順次回転させることにより軌道面が同一でない一般軌道を生成し、相対位置及び相対速度を解析的に求めた。この結果より円軌道上の非線形相対運動方程式の周期解の初期条件を解析的に与えることができた。また、その周期解に基づくフォーメーション問題を考察し、HCW方程式の周期解に基づくフォーメーションと同程度の速度変化の総和になることを示した。

(5)地球・月・宇宙機の円制限3体問題では、ラグランジュ点近傍での線形化方程式は、周期解をもつが、NCVEの性質はもたない。月観測や月との更新には、この周期解が有用である。このようなNCVEの性質はもたない系の制御においても、リッカチ方程式に基づくフィードバック制御により消費燃料を抑えることができることを示した。応用例としてL2ラグランジュ点でのハロー軌道生成への応用シミュレーションを行い、速度変化の総和をリッカチ方程式のパラメタにより減少させることができることを示した。また、TH方程式の変数変換の手法は、地球・月・宇宙機の楕円制限3体問題の方程式に適用することが可能であり、この場合のハロー軌道生成を円制限問題のハロー軌道生成に帰着できることを示した。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文](計4件)

Mai Bando, Akira Ichikawa, Periodic orbits of nonlinear relative dynamics and satellite formation, Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 32, 2009, 掲載決

定, 有.

Minoru Majima, Akira Ichikawa, Rotational motion control by feedback with minimum L1-norm, Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 32, 635-643, 2009, 有.

Yoshihiro Ichimura, Akira Ichikawa, Optimal impulsive relative orbit transfer along a circular orbit, Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 31, 1014-1027, 2008, 有.

Akira Ichikawa, Minimum energy control and its applications, International Journal of Pure and Applied Mathematics, 42, 475-480, 2008, 有.

[学会発表](計 2 件)

Akira Ichikawa, Null controllability with vanishing energy for discrete-time systems in Hilbert space, 47th IEEE Conference on Decision and Control, Cancun, Mexico, 2008.12.10.

Akira Ichikawa, Minimum energy control and its applications, 4th International Conference of Applied Mathematics and Computing, Plovdiv, Bulgaria, 2007.8.14.

6 . 研究組織

(1)研究代表者

市川 朗 (ICHIKAWA AKIRA)
京都大学・工学研究科・教授
研究者番号 : 00115437