

平成 22 年 4 月 14 日現在

研究種目：若手研究 (B)

研究期間：2007～2009

課題番号：19700225

研究課題名 (和文) ファジィフィードバック制御における最適解の存在と逐次近似

研究課題名 (英文) Existence of optimal fuzzy feedback control and its successive approximations

研究代表者

三石 貴志 (MITSUISHI TAKASHI)

流通科学大学・情報学部・准教授

研究者番号：00336439

研究成果の概要 (和文)：非線型フィードバック制御において、最適制御を与えるファジィ推論により構成されるフィードバック則の存在性について考察した。推論計算を IF-THEN ルールを構成するメンバシップ関数集合族上の汎関数とみなし、関数の最小化問題に帰着して証明を行った。その結果、中森の推論法、非ファジィ化法である面積法、高さ法などはメンバシップ関数を選ぶ L^2 空間、 L^∞ 空間上の連続関数であることが証明された。

研究成果の概要 (英文)：The existence of optimal feedback law constructed by IF-THEN rules and fuzzy approximate reasoning was analyzed. I treated an optimal control problem as finding a minimum value of the function on the compact set. The continuities of Nakamori inference method, the height method and the area method were proved by considering as functional on L^2 space and L^∞ space respectively.

交付決定額

(金額単位：円)

	直接経費	間接経費	合計
2007 年度	900,000	0	900,000
2008 年度	700,000	210,000	910,000
2009 年度	500,000	150,000	650,000
年度			
年度			
総計	2,100,000	360,000	2,460,000

研究分野：総合領域

科研費の分科・細目：情報学・感性情報学・ソフトコンピューティング

キーワード：ファジィ理論, 最適化問題, コンパクト集合

1. 研究開始当初の背景

1965 年に Zadeh がファジネスの概念を発表し、それを Mamdani が制御分野に応用したのは 1970 年前半であった。以来ファジィ制御は、仙台市地下鉄の自動運転、浄水場における薬品注入等、実用的な応用が盛んになされてきた。しかしながら、古典制御や現代制

御のようにファジィ制御に関する体系化された数学的考察はあまり行われてなかった。これはファジィプロダクションルールの構成が熟練技術者の意見にもとづいて行われていることが少なからず影響し、また、従来の制御に比べ非線形性が強く、非線形制御分野で行われていた数理的解析手法にそのま

ま当てはめることが困難であることに起因していると考えられる。

一方、申請者はこれまで関数解析学の見地からファジィ制御、具体的には IF-THEN ルールを構成するメンバシップ関数集合族および推論計算の解析を行ってきた。後件部のファジィ集合のメンバシップ関数が L^2 空間または L^∞ 空間に属し、さらに前件部のファジィ集合のメンバシップ関数が Lipschitz 連続であると仮定した場合、それらの対、すなわち IF-THEN ルールが属するファジィ集合族がコンパクトであることを証明した。推論計算の解析について、計算過程を一部変更した Mamdani 法、Product-sum・重心法、簡略推論法、関数型推論法に関して、前件部の適合度の計算から重心計算までの一連の過程を、上述したファジィ集合族上の合成関数とみなした場合、 L^2 空間または L^∞ 空間それぞれの位相に対して連続関数であることを証明した。これらファジィ集合族のコンパクト性および推論法の連続性よりファジィフィードバック制御における最適解の存在性が明らかになった。最適解の逐次近似に関して、これまで遺伝アルゴリズムを用いてメンバシップ関数が三角型のような単純なものについてファジィルールの再構築は行ってきたが、逐次構成に関する一般化された手法は確立されていない。

2. 研究の目的

(1) ファジィ制御における最適化問題

これまで解析が不十分である中森の推論法など上述以外の推論法、及び前件部変数にファジィ数を用いた推論法について、最適解の存在性を明らかにする。従来と同様に、ファジィ制御を非線形制御の一つとしてではなく、推論法、評価関数等を含めた一連のシステム全体がそれぞれ定式化された関数の合成関数と捉え、IF-THEN ルールを構成するファジィ集合族上の連続関数であることを証明する。一方、これらの計算過程の合成関数が状態変数上において Lipschitz 連続である事実を求める。これはファジィ推論を組み込んだ非線形フィードバック制御の状態方程式の解の一意存在を保証するためである。推論計算の連続性を保証するには、個々の推論計算に対してファジィ集合族に条件が必要となる。これらの精査が重要な課題となる。そして、条件が加わったファジィ集合族のコンパクト性を導く。以上の事柄が証明されれば、一般によく知られるコンパクト集合上の連続関数には最小値または最大値が存在するという定理を用い、ファジィ制御における最適化問題を連続関数の最小値（最大値）問題に帰着させ、評価関数を最小（最大）にするファジィ集合族（メンバシップ関数集合）の存在、つまりファジィ制御における最適化

御の存在性が導かれる。しかしながら、この手法を非線形フィードバック制御のフィードバック部に適用する場合、状態方程式の解の存在性を保証するため、前件部メンバシップ関数は Lipschitz 条件を満たしていなければならない。事実、実用面において一般に前件部のメンバシップ関数は三角型、台形型、釣鐘型、S 型、Z 型など単純な形状のものが用いられることが多く、これらの関数はすべて Lipschitz 条件を満たしている。最適解を与える前件部メンバシップ関数を何らかの方法で逐次近似する際、関数の形をあらかじめ決定し、パラメータを変化させることによってグラフを変形させる方法が考えられるが、さらに厳密な最適解を求めるためには関数の型を特定せず、状態変数の定義域とメンバシップ関数の値域である閉区間 $[0,1]$ からなる平面上の点を定める方法がよい。その結果、これらの点により定められた関数は振動するものであったり、不連続であったりして Lipschitz 条件を満足しない場合が想定される。そこで、前件部変数としてクリスプな確定値でなくファジィ数を適用した推論法について解析を行う。応募者のこれまでの証明で、推論計算の Lipschitz 連続性は前件部のメンバシップ関数が影響していたが、Lipschitz 連続なメンバシップ関数で特徴付けられているファジィ数を用いることにより、前件部のそれを取り去ることが可能と考えられる。

(2) プルーフェッカー(MIZAR)を用いた検証の準備

最適化問題解決のための数理的証明を MIZAR によって検証する。現在、ファジィ関連分野のライブラリが不十分で上述した証明の正当性の検証が不可能であるため、本分野の充実を目的とし、研究期間内に推論計算過程に関する MIZAR 言語での記述、定式化を行う。

(3) 実制御への応用および最適解の逐次近似手法の提案

ファジィ制御を実際の工学・感性工学分野へ応用する。具体的には、移動体の速度・ステアリング操作、感性工学的要素を考慮に入れた色彩決定などを考えている。これまで簡単なモデルを構築し、評価関数に最適解を与えるメンバシップ関数対の存在性を証明し、遺伝的アルゴリズムを用いた逐次近似法によって関数対のチューニングを行ってきた。その際、評価関数の値（最小・最大値）は求められていなかったため真の最適解であることの特定はできていない。したがって評価関数の値を求める理論的計算もしくは近似的計算法について提案・研究を行う。

3. 研究の方法

(1) 平成 19 年度

当該年度は推論法として、前件部変数としてクリスプな確定値でなくファジィ数を適用した推論法および中森モデルを用い、IF-THEN ルールの後件部のファジィ集合のメンバシップ関数が属する空間として L^∞ 空間を採用したファジィフィードバック制御に関して、初期値が与えられたとき、その評価関数に最適値を与える前件部および後件部のメンバシップ関数の対が存在することを証明する。これには以下の(a)~(d)の証明が必要である。

①ファジィ集合族のコンパクト性

中森の推論法は Mamdani 推論法や Product-sum-重心法と異なり、各ルールの推論を行わないで全体の推論をルール適合度による加重平均で定義している。したがって Mamdani 推論法や Product-sum-重心法では商を求める計算が 1 回であるのに対し、2 回である。したがって商が 0 にならないための条件をファジィ集合族に加える。このファジィ集合族(メンバシップ関数集合)のコンパクト性をアスコリの定理およびチコノフの定理を用いて証明する。

②推論法の連続性

ファジィルールに状態変数が与えられたとき、各ルールの適合度の計算、ルール全体の推論計算および非ファジィ化の計算を経てクリスプな値の推論結果をフィードバックとしてシステムへ返す。これら 3 つの計算過程が状態変数を固定した場合、 L^∞ 空間上のメンバシップ関数集合上での汎関数として弱位相に対してそれぞれ連続であることを示す。これにより中森の推論法全体が合成関数として 1 つの連続な汎関数であることがいえる。

③状態方程式の解の一意存在の証明

非線形フィードバック制御の状態方程式の解の一意存在性を導くために、(b)においては推論法をメンバシップ関数集合上の汎関数として扱ったが、ここではファジィルールを構成する L^∞ 空間上のメンバシップ関数対を固定して、推論計算の状態変数に対する Lipschitz 連続性を証明する。この Lipschitz 連続性を状態方程式の解の一意存在に関する命題に適用するが、そのままでは適用できないので Lipschitz 定数を変えずに定義域を実数全体へ拡張する必要がある。

④ファジィ最適制御問題への応用

ファジィ制御を評価する評価関数を定義し、それがメンバシップ関数集合上の連続な汎関数であることを示す。ここでは状態変数もメンバシップ関数集合上の汎関数であるとみなされるため連続性を導き、最終的にはルベグの有界収束定理を評価関数の連続性に適用して、コンパクト集合上の連続関数で

あることを示し、最適値を得るメンバシップ関数対の存在性、すなわちファジィルールの存在性が得られる。

⑤ブルーフチェッカー (MIZAR) によるファジィ理論・解析学分野の形式化・符号化

これまでファジィ集合論における集合演算やそれに伴う性質などを MIZAR 言語により形式化を行っており、それらの継続として、ファジィ数の定義・演算等の形式化を行い、MIZAR ライブラリとして登録する。さらに複雑系の解析の道具となるべく、積分論、常微分方程式論、複素関数論などの関数解析系に関する MIZAR ライブラリの製作を行う。

以上、研究・証明を遂行する上での具体的な工夫として、連続性などの証明を行う上で、はじめは連続性を成立させるための十分条件を付与し、徐々に条件を取り除き目的の結果を得る方法を用いる。

平成 20 年度以降

①実制御のためのファジィルール構築およびチューニング

ファジィ制御において、評価関数に最小値(最大値)を与えるメンバシップ関数集合の存在性、つまりは最適制御をもたらす IF-THEN 型ファジィルールの存在性が証明され、MIZAR システムによりその正当性が検証された前提で、最適解を探索・構成する手法に関して研究する。現在、構想している手法として、ルール数、状態変数の数および前件部のメンバシップ関数対は固定し、後件部に関して個々のファジィ集合の構成にとどめ、二つの手法を考えている。

一つは、あらかじめ与えられた三角型、台形型、S 型および Z 型のメンバシップ関数の特異点の台集合の座標を遺伝的アルゴリズム

(GA) により再構成していく手法である。GA は確率的要素がたぶんに含まれるため、最適解への収束は確かなものとは言い難いが、この方法を用いる利点としては、アルゴリズムの構築が容易であることである。また、この手法で重要なのは、メンバシップ関数の特異点座標の遺伝子型へのコーディングである。ビット数が多いほど精密に近似できるが、計算量が膨大となる。そこで効率のよいコーディング手法の提案が必要とされる。

他方は、メンバシップ関数の型を決めずに分解原理を用いて釣鐘型ないし三角型のメンバシップ関数を構成する手法である。分解原理とは、メンバシップ関数からパラメータ α をもつ α カットなる集合が導かれるが、逆に α カットを用いてメンバシップ関数を構成する方法である。この分解原理を用いることにより、比較的容易な α カットが構成出来れば釣鐘型や三角型のファジィ集合の構成が可能である。この α カットは、ファジィ最適制御を与える“およその数”、つまりファジィ

ィ数より導くことができる。すなわち、評価関数の値を考慮して α カット集合の構成を行う。ほかに、数理的証明による最適解を求める方法を模索する。この問題においては微分係数により最小値を求める一般的手法が適応できないため、推論法の非線形計算の線形近似を試みる手法を考えている。

②実制御への応用

上述したファジィ制御の理論的考察の応用として、比較的計算や構成が簡単な簡略推論法、関数型推論法 (Takagi-Sugeno モデル) を用い、抽象的工学モデルへの適用を行う。ステアリングのファジィ制御による自動化やその発展として事故率の少ない道路の設計に関する研究を行う。運転時における人間の感性的行動を考慮に入れた、ハンドル操作を制御するファジィルールを構成し、目的地を通過させるシミュレーションを行わせ、その挙動を道路設計の一部として活用するというものである。他に、青・黄色などの色彩は周知のように曖昧さを含んだ表現である。それゆえ、ファジィ理論による配色・認識に関する研究について調査を行う。現時点では、予見ファジィ制御を用い、配色を予見 (仮決定) し、その結果に対する色彩学・感性工学・医学等の知識による評価を与え、再度色彩を決定するシステムの提案を構想している。

4. 研究成果

非線形フィードバック制御のフィードバック部にファジィ推論を用い最適制御の存在に関する考察を行った。本研究のファジィ制御はある形をした関数によって評価されるものとした。その評価値を最小値または最大値に関する考察を行った。評価関数値はファジィ推論計算の結果、すなわちシステムの状態からファジィ推論を用いて計算されたフィードバック値と、状態変数値により求められる。この計算結果はファジィ推論に用いられる IF-THEN ファジィルールを構成するメンバシップ関数集合族に依存しており、この集合族上の汎関数の合成関数とみなしてよい。したがってメンバシップ関数集合族の位相的性質と合成汎関数の解析学的性質を調べることにより、連続関数の極地問題に帰着させて最適制御の考察を展開した。

(1) ファジィ推論計算として中森が提案した方法を用いた。中森の推論法は Mamdani 推論法や Product-sum-重心法と異なり、各ルールの推論を行わないで全体の推論をルール適合度による加重平均で定義している。したがって Mamdani 推論法や Product-sum-重心法では分数をもちいる計算が非ファジィ化の手続きの 1 回であるのに対し、中森の方法は 2 回である。したがって分数計算式の分母が 0 にならないための条件をファジィ集合族に加えたものに関して考察を行い、コンパクト

集合であるとの事実を得た。これら 2 つの事実により、中森の推論法を用いたファジィ制御にはある種の最適制御が存在するということが導かれた。

(2) ファジィ値で得られる推論結果を通常値 (クリस्प値) に変換することを非ファジィ化という。この計算方法として重心法が広く用いられている。しかしながらこの方法のほかにさまざまな計算法が紹介され、その一つとして高さ法がある。この高さ法と一般化である面積法について、IF-THEN 型ファジィプロダクションルールの前件部変数上の写像として Lipschitz 連続であること、およびメンバシップ関数集合 (ファジィ集合族) 上の汎関数として連続であることを証明した。

この Lipschitz 条件は、前件部を構成するファジィ集合のメンバシップ関数に与えた Lipschitz 条件に依存していることが導かれた。また Lipschitz 条件をフィードバック部にファジィ推論を用いたファジィフィードバック制御の状態方程式の解の一意存在に適用した。さらに、汎関数としての連続性はファジィフィードバック制御に最適解を与えるメンバシップ関数対 (ファジィ集合対) の存在性、すなわち IF-THEN 型ファジィプロダクションルールの存在性を保障するものである。

(3) これまでに行われた同様の研究において、前件部のメンバシップ関数は状態方程式の解を存在させるために連続でなければならなかった。すなわち前提条件のファジィ集合のメンバシップ関数として階段関数のような不連続関数を採用することは不可能であった。また、前件部と後件部のメンバシップ関数の性質の違いにより、逐次近似等においてパラメータ等の設定を 2 種類設けなければならなかった。

これに対し本研究では、IF-THEN ルールの前件部変数をクリस्पな変数からファジィ数である変数に置き換えることにより、後件部と同条件のメンバシップ関数を用いことができることを確認した。ファジィ数として L-R 型を採用し、このファジィ数のメンバシップ関数にリップシッツ条件が伴っていることにより、前件部のメンバシップ関数のリップシッツ条件を取り除くことが可能となった。本研究ではこの要素をファジィコントローラと名付け、この集合族の位相的性質であるコンパクト性を証明した。

この性質は GA やニューラルネットワークを使った IF-THEN ルールの構築及びチューニングにおいて逐次近似の解の収束性に大きな影響を与えるものである。また、メンバシップ関数の属する空間として定めた L^{∞} 空間は不連続関数も要素としてもつ。これは様々な形のメンバシップ関数の自動生成におい

て大変有用な空間であるといえる。

他方は、ファジィ推論法の連続性である。メンバシップ関数集合族上の汎関数としての連続性と状態変数を定義域としたときのリプシッツ連続性を証明した。この事実の一つは最適制御をもたらす解の存在性をもたらし、もう一方の連続性は付録にて後述する状態方程式の解の一意存在に寄与する。

今後得られた事実を実制御に適用し、解の探索方法に関しても検討すべきであると考える。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 13 件)

- ① T. Mitsuishi, Y. Shidama, “Fuzzy Logic Control on L^∞ Space Using Fuzzy Number Instead of Premise Variables in IF-THEN Rules”, Proc. of 2010 International Conference on Asia Pacific Business Innovation & Technology Management (APBITM), CD-ROM, 2010, 査読有.
- ② T. Mitsuishi, K. Sawada, Y. Shidama, “Continuity of Defuzzification and Its Application to Fuzzy Control”, Proc. of World Congress on Science, Engineering and Technology, vol. 38, pp. 817-821, 2009, 査読有.
- ③ K. Sawada, T. Mitsuishi, “Adding Edges between One Node and Every Other Node with the Same Depth in a Complete K -ary Tree”, Proc. of World Congress on Science, Engineering and Technology, vol. 38, pp. 702-704, 2009, 査読有.
- ④ T. Mitsuishi and Y. Shidama, “Compactness of Family of Fuzzy Sets in L^2 Space with Application to Optimal Control”, IEICE TRANSACTIONS on Fundamentals of Electronics, Communications and Computer Sciences, Vol. E92-A, No. 4, pp. 952-957, 2009, 査読有.
- ⑤ T. Mitsuishi, Y. Shidama, “Height Defuzzification Method on L^∞ Space”, Proc. of 19th International Conference on Artificial Neural Networks (ICANN2009), Part I, Springer-Verlag LNCS 5768, pp. 598-607, 2009, 査読有.
- ⑥ T. Mitsuishi and Y. Shidama, “Defuzzification Using Area Method on L^∞ Space”, Proc. of 13th International Conference on

Knowledge-Based and Intelligent Information & Engineering Systems (KES2009), Part II, Springer-Verlag LNAI 5712, pp. 236-243, 2009, 査読有.

- ⑦ 三石貴志, 師玉康成, “ L^2 空間ファジィ集合族のコンパクト性と最適制御への応用”, 第 21 回 回路とシステム軽井沢ワークショップ論文集, pp. 45-50, 2008, 査読有.
- ⑧ T. Mitsuishi and Y. Shidama, “Admissible Fuzzy Controller in L^2 Space”, Proc. of 21st International Conference on industrial, Engineering and Other Applications of Applied Intelligent Systems, IEA-AIE, Springer-Verlag, LNCS (LNAI), vol. 5027 pp. 62-71, 2008, 査読有.
- ⑨ T. Mitsuishi, T. Terashima, T. Homma, Y. Shidama, “Lipschitz Continuity of Approximate Reasoning”, Proc. of Ninth ACIS International Conference on Software Engineering, Artificial Intelligence, Networking, and Parallel/Distributed Computing (SNPD 2008), pp. 135-140, 2008, 査読有.
- ⑩ K. Sawada, T. Mitsuishi, “Forming Relations between a Liaison and Two Members of the Same Level in an Organization Structure of a Complete K -ary Tree”, Proceedings of the 9th Asia Pacific Industrial Engineering & Management Systems Conference (APIEMS), pp. 2811-2814, 2008, 査読有.
- ⑪ 三石貴志, “高さ法による非ファジィ化の解析”, 流通科学大学論集, 経済・経営情報編, 第 16 巻, 第 2 号, pp19-26, 2008, 査読無.
- ⑫ 三石貴志, “面積法を用いた非ファジィ化の連続性”, 流通科学大学論集, 流通・経営編, 第 21 巻, 第 1 号, pp25-36, 2008, 査読無.
- ⑬ T. Mitsuishi and Y. Shidama, “Continuity of Fuzzy Approximate Reasoning and Its Application to Optimization”, Proc. of 20th Australian Joint Conference on Artificial Intelligence, AI2007, Springer-Verlag, LNCS (LNAI), vol. 4830, pp. 529-538, 2007, 査読有.

[学会発表] (計 2 件)

- ① 三石貴志, 師玉康成, “前件部変数をファジィ数とした推論法に関する一考察”, 信学技報, Vol. 109, No. 463, pp129-132, 2010 年 3 月 12 日, おきえらぶフローラ

- ルホテル.
- ② 三石貴志, 師玉康成, “ファジィ推論計算の前件部変数上のリブシツ連続性”, 平成 19 年度電気関係学会四国支部連合大会講演論文集, pp73, 2007 年 9 月 29 日, 徳島大学.

6. 研究組織

(1) 研究代表者

三石 貴志 (MITSUISHI TAKASHI)
流通科学大学・情報学部・准教授
研究者番号 : 00336439

(2) 研究分担者

()

研究者番号 :

(3) 連携研究者

()

研究者番号 :