

平成 21 年 6 月 25 日現在

研究種目：若手研究 (B)
 研究期間：2007～2008
 課題番号：19730155
 研究課題名 (和文)
 変数変換を伴う多変量時系列モデルの統計的推測と労働市場及びマクロ経済分析への応用
 研究課題名 (英文) Statistical inference on transformed time series and its application to the labour market and macroeconomic data
 研究代表者
 寺坂 崇宏 (TERASAKA TAKAHIRO)
 小樽商科大学・商学部・准教授
 研究者番号：60313920

研究成果の概要：本研究は次の 4 点の成果を出した。(1) 修正 Box-Cox 変換を伴う多変量 ARMA モデルの推定方法を確立させた。(2) 変換を施して定常過程に従う時系列モデルの推定量の漸近分布を明らかにした。(3) 導出した共分散行列をシミュレーションの方法で評価し検定で活用する方法を確立した。(4) 提案したモデルで 4 変数の経済変数モデルを構築して、対数変換による推定が必ずしも統計的に成功しないことを明らかにした。

交付額

(金額単位：円)

	直接経費	間接経費	合計
2007 年度	700,000	0	700,000
2008 年度	600,000	180,000	780,000
年度			
年度			
年度	1,300,000	180,000	1,480,000
総計			

研究分野：

科研費の分科・細目：経済学／経済統計学

キーワード：Box-Cox 変換 ARMA モデル 漸近理論

1. 研究開始当初の背景

本研究について、Box-Cox 変換を組み入れた線形回帰モデルからの視点と、その応用例としての不均衡計量経済分析の視点から背景を説明する。はじめに、Box-Cox 変換を組み入れた線形回帰モデルの漸近理論については、Davidson, R. and MacKinnon, J. (1984). Model specification tests based on artificial linear regressions, *International Economic Review*, 25, 485-502 が、時間領域における証明を示している。しかし Box-Cox 変換を組み入れた多変量時系列

(ARMA) モデルに対しては、この論文の理論を援用することに問題があり、漸近理論については別のアプローチ (周波数領域における理論の導出) が必要である。しかし、この種の導出については、従来の論文には皆無であった。また、提案したモデルの数値推定法については Terasaka, T. and Hosoya, Y. (2007). A modified Box-Cox transformation in the multivariate ARMA model, *Journal of Japan Statistical Society*, 37, 1-28 および Terasaka, T. (2005). The Box-Cox transformation in the

multivariate ARMA model, 「研究年報経済学」(東北大学経済学会), 66, 791-811 が初めてである。さらに、Box-Cox 変換には、変換後の変数の取りうる範囲の制約の存在があるが、この問題について、出来るだけオリジナルの Box-Cox 変換の形状を、出来るだけ残した形で解決させた修正 Box-Cox 変換の提案と、その ARMA モデルへの適用についても、上記 Terasaka, T. and Hosoya, Y. (2007) が初めてである。

次に、不均衡計量経済分析であるが、1980年代までの研究は、Fair, R.C. and Jaffee, D.M. (1972). Method of estimation for markets in disequilibrium, *Econometrica*, 40, 497-514 および Maddala, G.S. and Nelson, F.D. (1974). Maximum likelihood methods of markets in disequilibrium, *Econometrica*, 42, 1013-1030 や Quandt, R.E. (1988). *The Econometrics of*

Disequilibrium, Blackwell の成果がある。これらのモデルの特色は、需要関数と供給関数、および価格(賃金)調整関数の3本の式をもとに尤度関数を形成して、最尤法によりモデルを推定するところにある。しかし、価格調整関数において、雇用量が市場の需要量と供給量の少ないほうで決定されるという short-side の仮定が設定されているために、市場のミスマッチによる失業の発生については検出できないという問題点がある。一方、Lambert, J.P. (1988)

” *Disequilibrium macroeconomic models* ”, Cambridge University Press では、ミクロ労働市場の集計をマクロ労働市場として扱い、その集計過程で市場のミスマッチによる失業を検出するモデルを開発している。しかし、このモデルでは、時点間の雇用調整が考慮されていないという問題と、ミスマッチの大きさに関する係数の統計的検定が不十分であるという問題がある。

寺坂(1999)「雇用変動時系列に関する計量経済分析—シミュレーション検定とその応用」「研究年報経済学」(東北大学経済学会), 61, 431-445 および寺坂(1998)「非線型時系列モデルの統計的推測—日本製造業における雇用変動の時系列分析」「研究年報経済学」(東北大学経済学会), 60, 205-224 は、ミスマッチの大きさに関する係数について、シミュレーション検定の手法を用いて検定を行なう方法を提案して、日本の製造業の労働市場に適用しているが、この種のパラメータの類似した検定手法については他の論文は見られないという独自性がある。しかし、異時点間の雇用変動の動きと賃金に関する推定式を推定モデルの中に取り入れておらず、この点で問題が残存しており、解決を図る必要がある。

2. 研究の目的

「変数変換を伴う多変量時系列モデル」の研究の目的は4点である。(1)変数変換を伴う多変量時系列モデルの統計的推測法を確立させる。ここでいう統計的推測法とは、モデルの①推定量の漸近的性質を導出すること、②数値推定法を確立させること、特に、推定に要する時間をできるだけ短くして、かつ有限標本における推定精度を高めることである。この統計的推測法を確立させることで、提案した独自の新しい時系列モデルによる経済分析が可能となり、さらにミスマッチを考慮した不均衡計量経済モデルを、経済理論的にできるだけ厳密性を保持しつつ、時系列分析が可能な形に拡張して、マクロ労働市場分析用いることができるようになる。

(2)提案したモデルにより、経済変数間の関係、例えば金利、物価、実体経済などの関係について、従来時系列解析で行なわれてきた分析を、再評価する。変数を変換しないで推定を実施した場合、モデルの攪乱項における仮定が満たされない場合があるが、このモデルを用いて推定することにより、より正確な、そして新たな含意が出てくることも十分に考えられるので、検証することには十分意味がある。

(3)以上の目的を十分に達成した後に、市場のミスマッチを考慮した不均衡計量経済モデルを、マクロ経済理論からできるだけ乖離させることなく時系列的に拡張させる。時系列的に拡張させることで、時点間の雇用量の調整を、モデルの中で説明できるようにしたいと考えている。計量経済モデルによる分析では、経済理論と計量経済モデルとが乖離しているとの指摘があるが、この問題をできるだけ避けるようなモデルを構築することを目指す。

(4)日本のマクロ労働データにモデルを適用して、失業発生の原因がミスマッチに起因するものか、あるいは需要不足に起因するものなのかを分析する。

3. 研究の方法

本研究は研究期間内において、不均衡計量経済モデルを拡張する際に使用する、修正 Box-Cox 変換を組み入れた ARMA モデルの統計的推測方法の確立と経済データへの応用を中心に展開された。具体的には、次の4点について解明を進めた。

(1)モデルの漸近分布の導出、特に修正 Box-Cox 変換における変換のパラメータについての漸近分布の導出を進めた。このパラメータは、本課題で提案する不均衡計量経済モデルにおける、市場のミスマッチに関するパラメータの役割を有するので、目的の不均衡計量経済モデルを構築する際には、この課題を絶対に解決する必要がある。

Box-Cox 変換を組み入れた定常 ARMA モデルの漸近理論の議論については当初、Davidson, R. and MacKinnon, J. (1984) の時間領域の議論を用いて解決が可能と予想した。しかし、この議論の結果は、時系列モデルの周波数領域における漸近理論と結果が若干異なっていることを Terasaka and Hosoya (2007) で明らかにした。この問題の詳細な解明について Hosoya, Y. and Taniguchi, M. (1982). A central limit theorem for stationary processes and the parameter estimation of linear processes, *Annals of Statistics*, 10, 132-153 の導出結果やこの関連論文に基づいて進めた。

(2) 提案したモデルの数値推定法を確立させた。修正 Box-Cox 変換を提案して、この変換を含む ARMA モデルの推定及び検定アルゴリズムについては、“Modifying the Box-Cox transformation in a stationary time series set-up” (東北大学大学院経済学研究科 (当時) 細谷雄三と共同発表) 2004 年度統計関連学会連合大会 の発表と Terasaka, T. and Hosoya, Y. (2007) で 1 つの提案をした。この中で推定手続きについては、Hannan, E. J. and Rissanen, J. (1982). Recursive estimation of mixed autoregressive-moving average estimation, *Biometrika*, 69, 81-94 の 3 段階推定法を改良した方法を提案した。しかし、変数変換のパラメータをモデルに含んでいるために、計算時間を要するという問題がある。東北大学情報シナジーセンターのスーパーコンピュータ SX-7 を使用しても、3 変数以上のモデルの特定化は困難である。そこで、新たな数値推定のアルゴリズムを開発して、その特性について評価した。

(3) 導出された漸近理論について、有限標本における数値評価の実施を当初予定していたが、導出された推定量の漸近共分散行列が 4 次のスペクトラムを含んでおり、それを評価することは予算的に問題が生じたこともあったので、この解明は今後の課題とした。代替策として、シミュレーションの方法を用いてこの漸近共分散行列を、提案したモデルを用いた実証分析の中で評価して、検定で活用することにした。具体的には、モデルの仮説の対象となるパラメータを θ としたとき、帰無仮説 ($\theta = \theta_0$ かつこのモデルの攪乱項が正規分布に従う) を設定して、この仮説の下でモデルの攪乱項から推定分散の値を用いて正規乱数を発生させて、仮説の下でのデータ系列を生成し、そのデータを用いてモデルのパラメータの値を推定するという作業を何回も繰り返して、その共分散行列を求め、ワルド検定統計量を構成するときに活用した。この検定の方法では、対立仮説の下で、モデルの攪乱項の分布を正規分布以外の分布も想定しており、より一般的な下での推測

を実施していることになる。

(4) (1) ~ (3) で確立したモデルを利用して、4 変数の (マクロ) 経済変数間の関連性について、従来の論文の再検証および新規の分析を進めて行った。具体的には、日本のコールレート 鉱工業生産指数 マネタリーベース 実効為替レートの比率データを変数とした、変換を伴う 4 変数時系列モデル (ARMAX モデル) を推定した。

4. 研究成果

本研究は、研究期間内に次の 4 点について成果を出した。

(1) 「修正 Box-Cox 変換を組み入れた多変量モデル (多変量 ARMA モデル)」の次数および係数の推定方法を確立させた。確立した推定法では、モデルに経済変数が 4 個含まれる場合でも、短時間に推定することができる。これは、提案したモデルで実用的な経済分析を実行することが可能であることを意味する。

(2) 一般に変換を施して定常過程に従う時系列モデルの推定量の漸近分布について、理論的に明らかにした。

(3) (2) で導出された漸近分布の共分散行列は、解析的な評価が困難であるが、これをシミュレーションの方法で評価し、これを用いた検定方法を確立した。

(4) 「修正 Box-Cox 変換を組み入れた ARMA モデル」を使用して、4 変数の経済変数モデルの実証分析を実施して、対数変換による推定について興味深い結論を導いたことである。具体的には 1975 年 3 月 ~ 1999 年 1 月までの日本のコールレート、鉱工業生産指数、マネタリーベース、名目実効為替レートの比率データの 4 変数モデルについて、一方は変換を対数変換に限定して推定し、もう一方は変換を限定しないで推定して、後者のモデルが前者のモデルと比較して統計学的に意味があるのかについて、提案した検定法により検証した。検証の結果、変換を限定しないで推定したモデルが、対数変換に限定して推定したモデルより統計学的に有意であるという結果が出た。

本研究の (1) 経済分析で多用されてきた Box-Cox 変換を修正したものを ARMA モデルに組み入れたモデルを提案し、その推定方法と検定方法を開発したこと (2) 一般的な変換を伴う時系列モデルの性質の分析を実施したこと (3) 実証分析で対数変換のモデルより優れた変換のモデルがあることを示したこと、の成果はいずれも、従来の国内外の論文では見られない新しい成果であり、かつ計量経済学的理論および実証分析での貢献は非常に大きい。なお、これらの成果は Hosoya, Y., Terasaka, T. Inference on transformed stationary time series, *Journal*

of Econometrics (2009), doi:10.1016/j.jeconom.2009.03.004に収録されていることから分かる通り、計量経済学の分野において高い評価を受けている。

今後の展望であるが、次の4つの大きな課題が残されており、引き続き取り組んでいきたいと考えている。

(1) 漸近理論における推定量の共分散行列を、シミュレーションによる方法で評価する場合、その推定精度について問題が生じることが考えられる。そこで、解析的な計算を実施することで、共分散行列を正確に評価するとともに、簡便なモンテカルロ法による評価の有効性を検討する。漸近理論で導出された結果は、4次のスペクトラムの表現を用いて表されているが、研究予算を確保した上で、東北大学情報シナジーセンターのスーパーコンピュータSX-9を用いて評価する予定である。計算を実行する際、ベクトル演算機能及び並列計算機能を十分に活用できるようなプログラムを作成したい。

(2) 修正Box-Cox変換のパラメータ λ の検定は、帰無仮説において、「データ系列が対数かつ攪乱項が正規分布」対立仮説において「帰無仮説」以外の状況を意味している。もし、変換の目的が攪乱項部分の正規化ではなくIID化（互いに独立で同一の分布に従う）である場合には、帰無仮説における「攪乱項が正規分布」という仮定を弱めて検定を実施したほうが望ましい。現在の検定方法では、帰無仮説の下の分布について正規分布を仮定して検定を実行しているが、ブートストラップ法に基づく検定を用いれば、この仮定を弱めて検定を実行することが可能となる。この検定方法を確立させて、かつ変換がモデルにおける攪乱項部分のIID化につながるかについて、検討を進めていきたい。

(3) 非定常なプロセスにおける変数変換を伴うARMAモデルの漸近理論の構築および数値推定法を確立させる必要がある。これは計量経済学の理論的な関心のみならず、経済データは非定常な動きを持つ系列が多いので、モデルを非定常な動きをするデータも扱えるよう拡張する必要がある。研究を進める際に、非定常な動きをするデータに変換を施した場合、どのような現象が起きるかについて、理論的および数値推定の面から注意深く検討を進めたい。

(4) Lambert (1988) 市場のミスマッチを考慮した不均衡計量経済モデルを、時系列的に拡張させることである。時系列的に拡張させることで、時点間の雇用量の調整を、モデルの中で説明できるようにしたいと考えている。以前より計量経済モデルによる分析では、経済理論と乖離していることが問題とな

ることがあるが、この問題をできるだけ避けるようなモデルを構築することを目指したい。時系列的に拡張する際、雇用関連データは一般に定常な動きをしないので、このことを考慮に入れて研究を進める必要があるが、それは今後の研究の展開(3)で述べたことで対応したいと考えている。

いずれの観点も計量経済学的に重要な論点であり、この研究は今後の発展性を有するものであると考えている。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計1件)

Hosoya, Y., Terasaka, T.
Inference on transformed stationary time series,
Journal of Econometrics (2009),
doi:10.1016/j.jeconom.2009.03.004

[学会発表] (計1件)

Hosoya, Y., Terasaka, T.
Inference on transformed stationary time series
日本経済学会 2008年度秋季大会 9月15日
近畿大学

[その他]

ホームページ等

6. 研究組織

(1) 研究代表者

寺坂 崇宏 (TERASAKA TAKAHIRO)
小樽商科大学・商学部・准教授
研究者番号：60313920

(2) 研究分担者

()

研究者番号：

(3) 連携研究者

()

研究者番号：