

平成 22 年 4 月 1 日現在

研究種目：若手研究 (B)

研究期間：2007~2010

課題番号：19740027

研究課題名 (和文) 位相空間における 1 の分割の拡張問題の研究

研究課題名 (英文) A study of extension problems of partitions of unity on topological spaces

研究代表者 山崎 薫里 (YAMAZAKI KAORI)

高崎経済大学・経済学部・准教授

研究者番号：80301076

研究分野：数物系科学

科研費の分科・細目：数学・幾何学

キーワード：位相幾何

1. 研究計画の概要

様々な性質をもつ 1 の分割の拡張を統一して扱うことが可能かという問題に対し、一般の位相空間上の拡張子の存在とそれらの関係を調べる。

2. 研究の進捗状況

1 の分割の拡張問題を考える上で、本研究は Dugundji 等による拡張子の存在の研究と密接に関連している。そのため、ある種の性質をもつ関数族の拡張に関して、先行研究において提起されていた問題の解決に取り組み、以下の結果を得た。定理：ノルム空間 Y が反射的であるための必要十分条件は、任意の G_0 -空間 X とその閉部分空間 A に対して線形閉凸拡張子 $u: C_\infty(A, Y) \rightarrow C_\infty(X, Y)$ が存在することである。ここで、 $C_\infty(X, Y)$ は X から Y への有界連続関数を表す。この結果は、R.W.Heath と D.J.Lutzer により、論文「Dugundji Extension theorems for linearly ordered spaces, Pacific J. Math. 55 (1974) 419-164」において提出された問題への否定解を与えるものである。また、この結果を導く過程で、拡張子における制約「線形閉凸拡張子」が「単調拡張子」に一般化された場合に、可分バナッハ空間 c を値にとる場合が未解決であるということを論文中で問題として提出していた。バナッハ空間 c を値にとる有界関数族の単調拡張子が G_0 -空間において存在しないことを、このような拡張子の存在から定義域空間がある種の Choquet ゲームに関する性質をもつことを導いて証明し、上述の問題に否定解を与えた。

3. 現在までの達成度

おおむね順調に進展している。本研究の成果の論文の執筆・講演を継続的に行っている。

4. 今後の研究の推進方策

研究の発展に必要な van Douwen の論文の解説を行いたい。

5. 代表的な研究成果

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 3 件)

- (1) Kaori Yamazaki, Monotone extenders for bounded c -valued functions, *Studia Mathematica*, 2010 掲載確定, 査読有.
- (2) Iryna Banakh, Taras Banakh and Kaori Yamazaki, Extenders for vector-valued functions, *Studia Mathematica*, 191 (2009), 123-150, 査読有.

[学会発表] (計 7 件)

- (1) 山崎薫里, Semicontinuous maps to topological vector lattices and their applications, 一般位相幾何学及び幾何学的トポロジーに関する研究, 2009年10月16日, 京都大学楽友会館.
- (2) Kaori Yamazaki, Extenders for vector-valued functions, *Advances in Set-Theoretic Topology*, 2008年6月13日, Erice, Italy.
- (3) Kaori Yamazaki, Simultaneous extenders for bounded functions, International conference on Topology and its Applications 2007 at Kyoto, 2007年12月7日, 京都大学数理解析研究所および理学部数学科.