

平成22年 4月30日現在

研究種目：若手研究(B)

研究期間：2007～2010

課題番号：19740033

研究課題名（和文） 再生核の幾何学と再生核を用いた情報幾何学

研究課題名（英文） Geometry of reproducing kernels and information geometry with reproducing kernels.

研究代表者

松添 博 (MATSUZOE HIROSHI)

名古屋工業大学・大学院工学研究科・准教授

研究者番号：90315177

研究代表者の専門分野： 数物系科学

科研費の分科・細目： 数学・幾何学

キーワード： 情報幾何学, 再生核, カーネル法, 統計多様体, アフィン微分幾何学

## 1. 研究計画の概要

本研究は再生核の微分幾何学的理論の構築, および再生核を用いた情報幾何学の理論構築を目的とする. より具体的には, 本研究では以下の2点を主目標として研究を行う.

(1) 多項式カーネル, ガウスカーネルなどの具体的な再生核について幾何学的解釈を与え, その幾何学的性質を解明する. この予備的な考察をもとに, 再生核の幾何学の基礎的性質を解明する.

(2) 再生核の理論を用いて, 無限次元統計モデルの部分多様体論的幾何学構造を解明する.

また, 再生核理論, および情報幾何学に関連した微分幾何学の発展も目指す.

## 2. 研究の進捗状況

まず一般的に, 情報幾何学は確率密度関数族のパラメータ空間に幾何学構造を導入するのに対して, 再生核理論は確率密度関数族の標本空間に幾何学構造を誘導する. そこで研究計画の概要にもあるように, ガウスカーネルなどの具体的な再生核の幾何学について検討した. その結果, 再生核理論は多様体の体積分布やリーマン計量などに関する, 部分多様体論的立場からの理論構築が必要であると認められた. 一方の情報幾何学は, 多様体上のアフィン接続とその測地線に関する幾何学の構成が中心である. そのため情報幾何学においても, 体積分布の幾何学などの解決すべき問題があることがわかる. これらの問題については統計多様体の一般化と等積構造の関係などいくつかの結果を得た.

## 3. 現在までの達成度

②おおむね順調に進展している.

まず多項式カーネルをはじめとする代表的な再生核に関して, その幾何学的性質について考察を行った. その結果, 再生核の幾何学の基礎的性質がわかった. これに対応して情報幾何学の理論についても, いくつかの発展が得られた.

## 4. 今後の研究の推進方策

本計画の開始以降, Wasserstein 幾何学や Tsallis 統計学など, 新しい幾何学や統計学が発展しつつある. 例えば Tsallis 統計学は, 一般には  $q$ -正規分布族という非指数型分布族が主要な役割を果たし, 未解決な問題が多い. さらに  $q$ -正規分布は, 再生核理論で有用な RBF ガウスカーネルと同様に, 動径基底関数という性質も持つ. この Tsallis 統計の幾何学を解明することにより, 再生核の幾何学, 情報幾何学, Wasserstein 幾何学などの理論の関係解明などを目指す.

また無限次元空間の統計モデルの幾何学についても, その部分多様体論的構造解明を目指す.

## 5. 代表的な研究成果

(研究代表者, 研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 5 件)

- ① Hiroshi Matsuzoe, Statistical manifolds and affine differential geometry, *Advanced studies in pure mathematics*, 57(2010), 303-321, 査読有.

- ② Hiroshi Matsuzoe, Computational Geometry from the Viewpoint of Affine Differential Geometry, Lecture Notes in Computer Science, 5416(2009), 103 - 123, 査読有

[学会発表] (計 11 件)

- ① Hiroshi Matsuzoe, Computational Geometry from the Viewpoint of Affine Differential Geometry, Emerging Trends in Visual Computing, 2008 年 11 月 19 日, Ecole Polytechnique (フランス)
- ② Hiroshi Matsuzoe, Statistical manifolds and affine differential geometry, The 1st MSJ-SI Probabilistic Approach to Geometry, 2008 年 7 月 30 日, 京都大学

[図書] (計 1 件)

Jun Zhang and Hiroshi Matsuzoe, Dualistic Riemannian manifold structure induced from convex functions, Advances in applied mathematics and global optimization (Chapter 13), 437--464, Springer, 2009.

[その他]