

機関番号： 13903
 研究種目： 若手研究（B）
 研究期間： 2007～2010
 課題番号： 19740033
 研究課題名（和文）
 再生核の幾何学と再生核を用いた情報幾何学
 研究課題名（英文）
 Geometry of reproducing kernels and information geometry with reproducing kernels
 研究代表者
 松添 博（MATSUZOE HIROSHI）
 名古屋工業大学・大学院工学研究科・准教授
 研究者番号： 90315177

研究成果の概要（和文）：

本研究では再生核の微分幾何学的考察、および再生核に関連にした情報幾何学の理論構築を行った。再生核理論における特徴写像は、高次元多様体の接空間への写像と解釈すべき性質を持つ。この考え方を情報幾何学に応用し、アフィン分布の幾何学に関する結果を得た。また、特徴写像は統計モデルの標本空間に幾何学を誘導する。そこで再生核理論と情報幾何学の関連を解明するために、ツァリス統計学の幾何学について考察を行った。

研究成果の概要（英文）：

In this research, we studied reproducing kernels from the viewpoint of differential geometry and studied information geometry related to the theory of reproducing kernels. A nonlinear map to the feature space in the theory of reproducing kernels can be regarded as a map to the tangent space of a high-dimensional manifold. We applied this idea to information geometry, and we obtained several results of geometry of affine distributions. A map to the feature space induces geometric structures on the sample space of a statistical model. In order to elucidate the theory of reproducing kernels and information geometry, we studied geometry of Tsallis statistics.

交付決定額

(金額単位：円)

	直接経費	間接経費	合計
2007年度	900000	0	900000
2008年度	700000	210000	910000
2009年度	800000	240000	1040000
2010年度	800000	240000	1040000
年度			
総計	3200000	690000	3890000

研究分野：微分幾何学

科研費の分科・細目：数学・幾何学

キーワード：情報幾何学、統計多様体

1. 研究開始当初の背景

- (1) 再生核の一般理論は、関数解析学のヒルベルト空間論に含まれるものである。注目すべき点は、再生核ヒルベルト空間の理論の基本的な考え方は、非線形変換を用いて与えられた集合を高次元ヒルベルト空間に写像することである。この写

像に着目し再生核の理論を幾何学的な立場から見ると、これは与えられた集合から高次元空間への等長写像の理論とも思える性質である。リーマン多様体のユークリッド空間への等長はめ込みは、まさに上述の内容の一例である。

一方、近年再生核の理論はパターン認識

や機械学習の理論など、統計科学の領域で広く応用されている。これら数理科学の研究と幾何学を結びつけるのが、申請者がこれまで行ってきた情報幾何学である。

- (2) 情報幾何学の研究は、適当な正則条件を満たす確率密度関数族がリーマン多様体の構造を持つことを示した 1945 年の Rao の仕事に始まる。Amari は 1980 年代初め、双対的なアファイン接続の観点から確率密度関数族のなす多様体の幾何学を明確に捉え、幾何的手法を用いた統計学の研究を開始した。この統計学の幾何学的手法を用いた研究は情報幾何学と呼ばれ、ニューラルネットワークの理論や現代的情報理論など、様々な数理科学の分野に応用されている。
- (3) 再生核はヒルベルト空間への等長はめ込みとも言うべき性質を持つ。したがって、再生核ヒルベルト空間を用いた無限次元統計モデルの幾何学に対しても、無限次元の部分多様体論とも言うべき性質が成り立つのではないかと予想される。
- (4) そこで本研究は、再生核の一般理論を幾何学の立場から解釈し、再生核の持つ幾何学的性質の解明を目標とする。さらに再生核理論の情報幾何学への応用を考える。

2. 研究の目的

本研究は再生核の微分幾何学的理論の構築、および再生核に関連した情報幾何学の理論構築を目的とする。

再生核は非線形相関解析など数理科学の分野にも応用され、実用上も有用である。そのため本研究は、再生核理論、および情報幾何学に関連した微分幾何学に関して、数理科学の諸分野への応用も目的とする。

3. 研究の方法

- (1) まず初めに、多項式カーネルやガウス・カーネルなど、統計科学で広く利用されている具体的な再生核について、その幾何学を解明する。この予備的考察で判明した幾何学をもとに、再生核の持つ一般的な幾何学的性質や、情報幾何学への応用などを考える。
- (2) 本研究は幾何学を中心とはしているが、統計学や関数解析学など複数の領域にまたがった内容である。そのため、幾何学、統計学の専門家らとの情報交換、研

究討論を行い、研究を遂行した。さらに関連学会へ参加して情報収集なども積極的に行った。

4. 研究成果

- (1) 多項式カーネルなど具体的な再生核の幾何学に関する考察から、特徴写像とは高次元多様体の接空間への等長写像と考えられる性質を持つことが分かった。この考え方を情報幾何学に応用し、アファイン分布の幾何学やそれに関連する統計多様体の幾何学に関する結果を得た。さらにこれらの幾何学を疑似スコア関数に基づく統計学へ応用し、この幾何学的解釈に関する結果も得た。研究課題の申請当初は、特徴写像は高次元空間への等長はめ込みであると予想していたが、高次元空間の接空間への等長写像と解釈することにより、新しい知見を得ることができた。
- (2) 再生核理論における特徴写像は、統計モデルの標本空間へ幾何学構造を誘導する。しかしながら、通常の情報幾何学は標本空間の確率測度の変換に関して不変であるように構成されているため、このままでは再背核理論と情報幾何学の関連は解明できない。そこで情報幾何学に関する不変性の条件を緩め、確率空間への幾何学構造の依存性を検討した。このために Tsallis 統計の幾何学について研究を行った。Tsallis 統計学では、 q -正規分布族という非指数型分布族が主要な役割を果たすが、さらに一般的な q -指数型分布族の幾何学について考察を行った。その結果、 q -指数型分布族における双対平坦構造や、一般化した共形構造の幾何学などを解明した。さらに、幾何学構造の基づく独立性の一般化を考え、この一般化独立性が統計的推論に自然に適用できることを示した。
- (3) 再生核理論、および一般化独立性は、どちらも確率変数の様々な因果関係を記述できると考えられるが、これらの関係は未解決であり、今後の研究課題としたい。また再生核理論における特徴写像は、高次元多様体の接空間への写像と考えられ、この考え方をアファイン分布論へ応用した。しかし再生核理論とアファイン分布論の明確な関連については未解決であり今後の研究課題としたい。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 8 件)

- ① Daiki Tanaya, Masaru Tanaka, Hiroshi Matsuzoe,
Notes On Geometry Of q -Normal Distributions,
Proceedings of the 2nd International Colloquium on Differential Geometry and its Related Fields, 査読有, 2011, 掲載受理
- ② Hiroshi Matsuzoe, Atsumi Ohara,
Geometry For q -Exponential Families,
Proceedings of the 2nd International Colloquium on Differential Geometry and its Related Fields, 査読有, 2011, 掲載受理
- ③ Masayuki Henmi, Hiroshi Matsuzoe,
Geometry of Pre-contrast Functions and Non-conservative Estimating Functions,
AIP Conference Proceedings: International Workshop on Complex Structures, Integrability and Vector Fields, Vol. 1340, 2011, pp. 32-41, 査読有
- ④ Hiroshi Matsuzoe,
Statistical manifolds and affine differential geometry,
Advanced studies in pure mathematics, vol. 57, 2010, pp. 303-321, 査読有.
- ⑤ Atsumi Ohara, Hiroshi Matsuzoe, Shun-ichi Amari,
A dually flat structure on space of escort distributions,
Mathematical Aspects of Generalized Entropies and their Applications,
Journal of Physics: Conference Series, 201(2010), No. 012012. (通しのページ番号なし), 査読有
- ⑥ Ovidiu Calin, Hiroshi Matsuzoe, Jun Zhang,
Generalizations of conjugate connections,
Proceedings of the 9th International Workshop on Complex Structures and Vector Fields, 2009, pp. 24-34, 査読有

- ⑦ Hiroshi Matsuzoe,
Computational Geometry from the Viewpoint of Affine Differential Geometry,
Lecture Notes in Computer Science, vol. 5416, 2009, pp. 103-123, 査読有

- ⑧ 松添博,
古典的統計多様体からのいくつかの拡張,
京都大学数理解析研究所講究, vol. 1623, 2009, pp. 12-21, 査読無

[学会発表] (計 19 件)

- ① 松添博,
複雑系理論における統計学的な推定量と幾何学的な推定量,
東北学院大学 多賀城情報幾何学研究集会, 「情報幾何学と統計多様体上の一般化共形構造の周辺」,
東北学院大学, 2010 年 12 月 18 日
- ② 松添博,
捩れをゆるす統計多様体とアフィン分布の幾何学,
名古屋大学幾何学セミナー,
名古屋大学, 2010 年 11 月 9 日
- ③ 松添博,
ブレ・コントラスト関数と非正則統計モデルの幾何学,
北海道大学幾何学コロキウム,
北海道大学, 2010 年 10 月 29 日
- ④ Hiroshi Matsuzoe,
Geometry of pre-contrast functions,
10th International Workshop on Complex Structures, Integrability and Vector Fields,
Institute for Mathematics and Informatics, Sofia, Bulgaria, 2010 年 9 月 13 日
- ⑤ Hiroshi Matsuzoe,
Geometry of nonextensive generalized entropies,
2nd International Colloquium on Differential Geometry and its Related Fields,
St. Cyril and St. Methodius University of Veliko Tarnovo, Veliko Tarnovo, Bulgaria, 2010 年 9 月 7 日
- ⑥ Hiroshi Matsuzoe,
Recent development of relations between affine differential geometry, and information geometry,
Geometry seminar,

- Technische Universität, Berlin, Germany, 2010年9月2日
- ⑦ Hiroshi Matsuzoe,
Geometry for Tsallis statistics and centroaffine geometry,
Differential Geometry and its Applications,
Masaryk University, Brno, Czech Republic, 2010年8月31日
- ⑧ Hiroshi Matsuzoe,
Statistical manifolds admitting torsion and geometry of affine distributions,
Information Geometry and its Applications III,
Max Planck Institute for Mathematics in the Sciences, The University of Leipzig, Germany, 2010年8月4日
- ⑨ 松添博,
振れをゆるす統計多様体とプレ・コントラスト関数,
情報幾何関連分野研究会 2010「情報工学への幾何学的アプローチ」,
大阪市立大学, 2010年2月20日
- ⑩ 松添博,
統計多様体とアフィン微分幾何学, 最適化を基軸とする数理的展開,
国立青少年交流の家, 2010年1月31日
- ⑪ 松添博,
情報幾何学と統計多様体の幾何学,
数学教室談話会,
岡山大学, 2008年12月3日
- ⑫ Hiroshi Matsuzoe,
Computational Geometry from the Viewpoint of Affine Differential Geometry,
Emerging Trends in Visual Computing (ETVC'08),
Ecole Polytechnique, Palaiseau, France, 2008年11月19日
- ⑬ Hiroshi Matsuzoe,
Some generalizations of statistical manifolds,
9th International Workshop on Complex Structures, Integrability and Vector Fields,
Bulgarian Academy of Sciences, Sofia, Bulgaria, 2008年8月25日
- ⑭ Hiroshi Matsuzoe,
Statistical manifolds and affine differential geometry,
Probabilistic Approach to Geometry, (The 1st Mathematical Society of Japan, Seasonal Institute),
京都大学, 2008年7月30日
- ⑮ 松添博,
古典的統計多様体からのいくつかの拡張,
部分多様体の微分幾何学およびその周辺領域の研究,
京都大学, 2008年6月23日
- ⑯ Hiroshi Matsuzoe,
Quantum statistical manifolds,
BSI Forum: Symposium on Information Geometry,
理化学研究所, 2008年5月29日
- ⑰ Hiroshi Matsuzoe,
Generalizations of statistical manifolds and dual connections,
International Joint Seminar on Geometry and its Applications,
Kyungpook National University, Korea, 2007年9月18日
- ⑱ Hiroshi Matsuzoe,
Generalizations of dual connections and statistical manifolds,
10th International Conference, Differential Geometry and its Applications,
Palacky University, Czech Republic, 2007年8月20日
- 〔図書〕 (計1件)
- ① Jun Zhang, Hiroshi Matsuzoe,
Dualistic Riemannian manifold structure induced from convex function,
Advances in Applied Mathematics and Global Optimization: In Honor of Gilbert Strang (Advances in Mechanics and Mathematics 17), Springer, 2009, pp. 437-464.
6. 研究組織
- (1) 研究代表者
松添 博 (MATSUZOE HIROSHI)
名古屋工業大学・大学院工学研究科・准教授
研究者番号 : 90315177