

平成 21 年 4 月 20 日現在

研究種目：若手研究(B)

研究期間：2007～2008

課題番号：19740049

研究課題名(和文) 飛躍型確率過程の実用的な統計推測手法の開発

研究課題名(英文) Development of practical inference for stochastic processes with jumps

研究代表者

清水 泰隆 (SHIMIZU YASUTAKA)

大阪大学・基礎工学研究科・助教

研究者番号：70423085

研究成果の概要：飛躍構造が複合ポアソンのジャンプ拡散過程に対する、離散観測に基づく種々の統計推測理論が構築された。飛躍判別フィルターのデータに基づく構成法がそれら理論の鍵となるが、ある特殊なモデルに対してその構成に関わる超パラメータの選択法と理論的正当性が得られた。これらの成果は、近年の金融保険数理で用いられる応用モデルの実装上、欠かせない結果であり、次のステップとなる無限ジャンプ型のモデルに対する推測論の考察の上で有益な成果と言える。

交付額

(金額単位：円)

| | 直接経費 | 間接経費 | 合計 |
|--------|-----------|---------|-----------|
| 2007年度 | 1,100,000 | 0 | 1,100,000 |
| 2008年度 | 1,100,000 | 330,000 | 1,430,000 |
| 年度 | | | |
| 年度 | | | |
| 年度 | | | |
| 総計 | 2,200,000 | 330,000 | 2,530,000 |

研究分野：数物系科学

科研費の分科・細目：数学・数学一般(含確率論・統計数学)

キーワード：確率微分方程式，離散観測，パラメータ推定，飛躍判別フィルター，閾値選択セミマルチンゲール，漸近推測論

1. 研究開始当初の背景

(1) 金融工学，数理ファイナンス等において，金融市場の急激な変動をモデリングするために飛躍型確率微分方程式による株価モデリング等が，当時重要度を増していた。そのような状況を受け，数理統計学に基づいたこれらのモデルの(無限次元まで含めた)パラメータ推定の重要性が高まった。

(2) 飛躍のない拡散過程に対する離散観測推定理論は90年代に多くの結果が生まれ，ほぼ完成の域に達していたが，飛躍を持つモ

デルについては，離散観測では飛躍の特定が困難になるという状況設定の難しさから，筆者の先行研究の他にはほとんど理論がない状態であった。また，既存の漸近推測論では，漸近的に決定できない超パラメータが残り，実用上は観測者が選択しなければならないという欠点が残され，実用には遠い状況であり，これらの早期解決が望まれていた。

2. 研究の目的

(1) 本研究の第一の目的は，飛躍を持つ拡散過程に対する，離散観測に基づいた種々の統

計推測理論、統計的漸近理論を構築し、理論的正当性を持ったパラメータの推定手法を構築することである。筆者の先行研究によって、確率微分方程式の係数に非線形に入るパラメータの同時推定理論が既に存在したが、ジャンプ項に対する推定関数を陽に解くことはしばしば困難であり、実用的にはノンパラメトリックな方法論が有益になることもある。ここでは、パラメトリック・ノンパラメトリック両面からの推測論の研究を目的とした。

(2) 目的の第二は、漸近理論で用いられる飛躍判別のための漸近フィルタに含まれるある種の超パラメータを選択し、その選択の良さに対して、何らかの統計的な意味づけを行うことである。離散観測型の飛躍モデルに対するフレキシブルな統計推測のためには、飛躍の判別フィルタが不可欠である。これは、ある閾値を(観測者が)設定し、データ増分がその閾値をこえるかどうかで飛躍を判別するもので、閾値の選択が本質的になる。これを統計的手法によって選択するために、選択結果の評価基準の導入を行うのが目的の第二である。

(3) 完成した理論・方法論を計算機上に実装し、統計パッケージとして一般のユーザーに公開することが最終目的である。飛躍型モデルにおける推測論は理論的には極めて難解で、閾値の選択についても難解な理論が予想された。モデルを実証等で使うユーザーにとってはそれら理論の理解自体が障壁となりうる。ここでの目的は、それらの手法を、ソフトウェア化することにより、一般のユーザーが手軽にジャンプモデルの統計推測を実行できるようにすることである。

3. 研究の方法

(1) 漸近理論が知られている既知のシンプルなモデルに対する漸近フィルタの選択法について理論的考察を行う。密度推定のバンド幅選択の理論が既存の理論の中では最も考え方が近いと思われ、その哲学がヒントになると予想された。具体的には、推定量のバイアスと分散の調整によって超パラメータを選択することが考えられる。

(2) 複合ポアソンの飛躍を持つ拡散過程に対する離散観測推定の理論研究を行う。パラメトリックなモデルにとどまらず、ノン・セミパラメトリックな手法も取り入れ、様々な状況下に対応できる理論構築を目指す。具体的には、拡散項係数に対する関数形の推定、ジャンプ項の特徴付けとなるレヴィ測度に対する汎関数推定問題、またそのレヴィ測度のモデル選択問題などがあげられる。

(3) モデルを拡張し、(2)の理論の一般化を目指す。特に、飛躍の構造がレヴィ過程によるような無限ジャンプ型のモデルへの拡張を目指す。同時に、超パラメータ選択まで行う。無限ジャンプ型は、任意の観測区間において“小さな”ジャンプが無限回起こるという奇妙なモデルであるが、ファイナンスの動的モデルとしては近年重要度を増しており、その統計理論の確立が課題となっている。しかしながら、その数学的構造は複雑で、複合ポアソン型の飛躍判別フィルタが、それほど有効に機能しないことが知られており、フィルタの改善を含め研究のやり直しも予想される。

(4) 統計理論が確立されたところで、計算機に実装する。主に、統計ソフト“R”における実装を意識する。確率過程に関する統計推測パッケージを開発し、そこへの導入を目指す。それらを専門とする国内外の研究者に協力を要請し、少なくとも、パッケージ化実現に向けた土台作りを行う。

4. 研究成果

(1) 飛躍がダイレクトに複合ポアソン過程のみに依存して起こるようなシンプルなモデルにおいて、超パラメータの選択が可能になった。選択の基準は、飛躍頻度の強度パラメータの推定量のバイアスであり、理論バイアスの形を特定しておき、それを数値的に最小化するという手続きによって実現した。つまり、選択されたフィルタによって構成される強度推定量は1次の意味で漸近期待値不偏となる。その推定量はシンプルで計算機実装も容易である。論文では、数値的な性能を示すだけでなく、その方法論の理論的正当性にまで言及している。すなわち、選択された閾値は、理論バイアスを最小にするようなものへ収束するという結果まで示されている。

(2) 飛躍の構造が複合ポアソンの場合、様々なモデル設定の下での離散観測推定理論が構築できた。設定の分岐は複雑で、ここにその詳細を記述できないが、拡散係数については、データ増分の条件付き積率と局所時間を用いて、関数型の推定が可能になり、飛躍の特徴づけとなるレヴィ測度については、エルゴード性などの制限を排除し、ノンパラメトリックな設定下で、その積分型汎関数(パラメータ)の一次漸近有効な推定量を構成できた(セミパラメトリック推定)。また、レヴィ測度に対する統計的モデル選択問題の一つの可能性として、ジャンプ過程のパス空間上のカルバック・ライブラー・ダイバージェンスの漸近期待値不偏推定量を構成することで、QIC(quasi-information criteria)

を提案した。さらに、これらの基礎理論を応用した実問題解決の一例として、保険数理におけるウィナー摂動型リスク過程に対する破産確率の推定（調整係数推定）を、離散データを用いて行う方法論を示す等の副産的な仕事も行った。

(3) 次に、飛躍は複合ポアソンのだが、飛躍のサイズが自身の状態に依存するような、一種のマルコフ型モデルに対する閾値選択の理論構築に成功した。鍵は、積分型ポラティリティの漸近期待値不偏推定量を構築することであった。フィルターを用いた推測論の先行研究の一つとして、積分型ポラティリティのノンパラメトリック推定量が提案されていたが、フィルターの閾値を動かして、見かけ上のバイアスを軽減することにより、ある意味で近似的な漸近不偏推定量の構成ができた。この結果は、ジャンプ項やドリフト項に対する正則条件が弱く、無限ジャンプ型へモデルの拡張可能性を示す結果である。

(4) (3) の方法論は、データを用いて陽に表現できる推定量を用いており、計算機実装が容易な形で実現した。その有用性もシミュレーションによって確認することができた。さらに、(1) の方法論との比較を行った。(3) の方法論は数値的にも比較的安定しており、実用上は(3) が良いかもしれない。

(5) 問題点：今回は、無限ジャンプモデルに対する理論考察を行うには至らなかった。無限ジャンプモデルにおけるジャンプの挙動は、レヴィ測度によって分岐が多く、現象の把握が難しい。また、既存の飛躍判別フィルターでは、細かいジャンプの情報を抽出できず、推定理論の構築までにはもう少し考察を要する。さらに、複合ポアソンモデルに対しても、いくつかの方向への拡張が残されている。

統計パッケージ作りについては、日伊合同のプロジェクト研究を進めているところで、現段階では大まかな枠組みとプランが決定したところである。理論を実装する段階までには更に準備・議論が必要である。しかしながら、プロジェクトは着々と進行しており、今後も同時並行で理論的問題点を解決していく予定である。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計8件)

- ① 清水泰隆: A new aspect of a risk process and its statistical inference, Insurance:

Mathematics and Economics, 44, 70–77, 2009, (査読有).

- ② 清水泰隆: Model selection for Levy measures in diffusion processes with jumps from discrete observations, Journal of Statistical Planning and Inference, 139, 516–532, 2009, (査読有).
- ③ 清水泰隆: A numerical method to select the jump-detection filter for sampled jump-diffusion processes, Proceedings of IASC2008 (electronic), 1417–1425, 2008, (査読無).
- ④ 清水泰隆: A practical inference for discretely observed jump-diffusions from finite samples, Journal of Japan Statistical Society, 38, 1–23, 2008, (査読有).
- ⑤ 清水泰隆: Some remarks on estimation of diffusion coefficients for jump-diffusions from finite samples, Bulletin of Informatics and Cybernetics, 40, 51–60, 2008, (査読有).
- ⑥ 清水泰隆: Statistical specification of jumps under semiparametric semimartingale models, Mathematical Method of Statistics, 17, 209–227, 2008, (査読有).
- ⑦ 清水泰隆, 林賢一, 狩野裕: Consistency of penalized risk of boosting methods in binary classification, New Trends in Psychometrics, Universal Academic Press, 87–96, 2008, (査読有).
- ⑧ 清水泰隆: Semiparametric estimation of Levy characteristics of jump-diffusion models from sampled data, Proceedings of the Ninth Japan-China Symposium on Statistic, 265–270, 2007, (査読無).

[学会発表] (計14件)

- ① 清水泰隆: Parametric inference for non-ergodic diffusion processes; Stochastic Analysis and Statistical Inference IV, 2009年2月19日, 東京大学.
- ② 清水泰隆: A numerical method to select the jump-detection filter for sampled jump-diffusion processes; IASC2008, 2008年12月8日, パシフィコ横浜.
- ③ 清水泰隆: Threshold selection in jump-discriminant filters for infinite activity jump-diffusion models; Stochastic Analysis and Statistical Inference III, 2008年11月26日, 東京大学.
- ④ 清水泰隆: Model selection for Levy measures in jump-diffusions by Quasi-Information Criteria; 日本数学会・200

- 8年度秋季総合分科会, 2008年9月26日, 東京工業大学.
- ⑤ 清水泰隆: A practical threshold estimation for jump processes ; Finance and related mathematical and statistical issues, 2008年9月6日, 京都リサーチパーク.
 - ⑥ Shimizu Yasutaka : Estimation of adjustment coefficients for discretely observed risk processes perturbed by diffusions ; The 12th International Congress on Insurance : Mathematics and Economics, 2008年7月17日, Dalian, China.
 - ⑦ 清水泰隆 : Ruin probability estimates for risk processes perturbed by diffusions ; Stochastic Analysis and Statistical Inference II, 2008年2月18日, 東京大学.
 - ⑧ 清水泰隆 : Detection of jumps of simple jump-diffusions from finite samples ; 金融工学・数理・計量ファイナンスの諸問題, 2007年12月2日, 大阪大学・中之島センター.
 - ⑨ 清水泰隆 : Functional estimation for Levy measures of semimartingales with Poissonian jumps ; Stochastic Analysis and Statistical Inference, 2007年11月29日, 東京大学.
 - ⑩ 清水泰隆 : Semiparametric Estimation of Levy Characteristics in Jump-Diffusion Models from Sampled Data ; Japan-China Symposium on Statistics, 2007年9月26日, 北海道大学.
 - ⑪ 清水泰隆 : 飛躍型セミマルチンゲールにおけるレヴィ測度汎関数の推定 ; 2007年統計関連学会連合大会, 2007年9月8日, 神戸大学.
 - ⑫ 清水泰隆 : Semiparametric estimation of Levy characteristics for semimartingales with jumps from discrete observations ; 確率的複雑系に対する漸近理論とその応用の研究, 2007年8月9日, 大阪大学.
 - ⑬ 清水泰隆 : ジャンプ型確率微分方程式の有限標本によるジャンプの検出と統計的推測 ; 応用統計ワークショップ, 2007年5月11日, 東京大学.
 - ⑭ Shimizu Yasutaka : A practical approach to the inference for jump-diffusions from finite samples ; Statistique Asymptotique des Processus Stochastiques, 2007年3月22日, Universite du Le Mand.

[その他]
ホームページ等
<http://www.sigmath.es.osaka-u.ac.jp/~yasutaka/>

6. 研究組織
(1) 研究代表者
清水 泰隆 (SHIMIZU YASUTAKA)
大阪大学・基礎工学研究科・助教
研究者番号 : 70423085