

研究種目：若手研究（B）  
 研究期間：2007～2010  
 課題番号：19740055  
 研究課題名（和文） アデール上の確率過程の解析

研究課題名（英文） Analysis of Stochastic Processes on the Adeles

#### 研究代表者

安田 公美（YASUDA KUMI）  
 慶應義塾大学・商学部・准教授  
 研究者番号：40284484

研究分野：数物系科学

科研費の分科・細目：数学・数学一般（含確率論・統計数学）

キーワード：アデール環，マルコフ過程，オイラー積．

#### 1．研究計画の概要

2007～2008 年度に、アデール上のマルコフ過程の構成と、その特性量の計算を行う．  
 2009 年度にマルコフ過程を用いたゼータ関数やオイラー積の表示について研究する．  
 2010 年度には、得られた表示式を応用した関数解析を進める．

#### 2．研究の進捗状況

2007 年度に、アデール上のマルコフ過程の構成法を与え、さらに特別なものとして準安定過程を構成した．この構成では、これまで局所体上のマルコフ過程の構成で用いられてきた手法を踏襲した．しかし、新たに推移確率測度を与える無限積が収束するための条件と、すべての素数  $p$  についての  $p$  進体の直積空間の上に得られた推移確率がアデール内に台をもつための条件を確定する必要があった．2008 年度に、アデール上のマルコフ過程の各  $p$  成分が  $p$  進整数環から脱出する時刻、および過程が有限整アデールから脱出する時刻の分布を決定した．前者は  $p$  進体上のマルコフ過程の推移確率を用いて計算され、後者は前者の  $p$  に関する最小値であることから求められた．特にマルコフ過程が準安定である場合に、これらの脱出時刻の分布の特徴について検証し、オイラー積表示を持つ関数と関わりがあるという実感を得た．2009 年度には、上述の準安定過程の領域からの脱出時刻を用いたリーマンのゼータ関数、およびオイラー積表示をもつ一般の複素数値関数の表現式を得た．これはまず、脱出時刻の分布式の形に注目し、目標とする関数に応じて準安定過程の指数を適切に選ぶことによって成し遂げられた．また、複数の表示式を比較

することにより、リーマンのゼータ関数に関するいくつかの関数等式を得た．これらの結果について論文にまとめ、雑誌への掲載が決定された．さらに、リーマンのゼータ関数の非零領域と密接に関係するチェビシェフ関数が、アデール上の準安定過程の有限整アデールからの脱出時刻の分布を用いて表されることを発見した．このことから、ゼータ関数の非零領域の問題が、アデール上の準安定過程の列における脱出時刻の期待値の漸近挙動として表現できることが分かった．

#### 3．現在までの達成度

おおむね順調に進展している．  
 （理由）マルコフ過程の構成法、および脱出時刻の分布の形についてほぼ期待通りの結果が得られ、それによって有効な関数表示式を得ることができたから．

#### 4．今後の研究の推進方策

数論分野について情報収集と議論を進め、これまでに得た結果の応用について研究する．

#### 5．代表的な研究成果

（研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線）

〔雑誌論文〕（計 3 件）

Kumi Yasuda, Markov processes on the adeles and representations of Euler products, Journal of Theoretical Probability, 査読あり, 掲載決定.

Kumi Yasuda, Markov processes on  $\mathbb{R}^2$  with ultrametric jumps, 数理解析研究所講

究録, 査読なし, 1672 巻, 2010 年, pp.111 - 116.

Kumi Yasuda, Markov processes on the adeles, 数理解析研究所講究録, 査読なし, 1590 巻, 2008 年, pp.120 - 125.

[学会発表](計6件)

Kumi Yasuda, Markov processes on the adeles and applications, 神楽坂解析セミナー, 東京理科大学理学部, 2010 年 3 月 18 日.

Kumi Yasuda, Markov processes on the adeles and representations of Riemann zeta function, Seminar on Mathematics, 2010 年 3 月 11 日, Opole University(Poland).

安田公美,  $p$  進値確率過程について, ヤングサマーセミナー2009, 2009 年 8 月 18 日 ~ 22 日, 国民宿舎つづらお荘.

安田公美,  $Q_p$  のはなし, 研究集会「確率解析の理論と応用 - さよなら箱崎」, 2009 年 7 月 24 日 ~ 25 日, 九州大学数理学研究院.

Kumi Yasuda, Markov processes on  $\mathbb{R}^2$  with ultrametric jumps, 数理解析研究集会 "Stochastic Analysis of Jump Processes and Related Topics", 2009 年 7 月 8 日 ~ 9 日, 京都大学理学部.

Kumi Yasuda, Markov processes on adeles, Workshop "Number Theory and Probability Theory", 2007 年 10 月 15 日 ~ 16 日, 京都大学数理解析研究所.