

平成 21 年 4 月 30 日現在

研究種目：若手研究（B）

研究期間：2007 ～ 2008

課題番号：19740077

研究課題名（和文） 計算代数解析に基づく孤立特異点のデフォーメーションの研究

研究課題名（英文） Deformation of isolated singularities from the viewpoint of computational algebraic analysis

研究代表者

中村 弥生（NAKAMURA YAYOI）

近畿大学・理工学部・講師

研究者番号：60388494

研究成果の概要：本研究では、特異点にデフォーメーションを施した際の代数的局所コホモロジーの変化を解析することにより、特異点の性質を研究した。擬斉次孤立特異点に関して、ミルナー代数の単項基底に注目したデフォーメーションを行った場合の代数的局所コホモロジーの変化の解析を行った。また、デフォーメーションによるコホモロジーの重みのジャンプ幅と特異点の  $b$ -関数との対応を解析することにより、 $b$ -関数の変化とモダリティーのとの間に成り立つ関係を得た。

交付額

(金額単位：円)

	直接経費	間接経費	合計
2007 年度	1,000,000	0	1,000,000
2008 年度	1,300,000	390,000	1,690,000
年度			
年度			
年度			
総計	2,300,000	390,000	2,690,000

研究分野：数物系科学

科研費の分科・細目：数学・基礎解析学

キーワード：代数解析・D 加群・代数的局所コホモロジー・孤立特異点・

グロタンディック双対性

## 1. 研究開始当初の背景

## (1) 計算代数解析

代数解析は、微分方程式の普遍的表現である D-加群理論に始まり、一般化された関数概念を用いて微分方程式の解として定まる関数の解析を行う高度に抽象化された領域である。徹底した抽象化により、広範な応用可能性を得て様々な分野で活用され、現代数学の主要な分野とみなされている。本研究の手法である計算代数解析は、代数解析のアルゴリ

ズムの側面に注目し、計算代数の手法を代数解析学の研究に活用した分野であり、代数解析における種々の不変量を計算可能なものとすることに成功しつつある。

## (2) 特異点と D-加群

特異点と偏微分作用素系とが D-加群理論により結び付けられることは、1970 年代から知られている。特異点が擬斉次と呼ばれる場

合には様々な研究結果が発表されているが、擬斉次でない場合には、特異点が孤立している場合でも、あまり多くの研究結果は与えられていない。

### (3) 双対性

事前研究において、多変数複素解析関数系のグロタンディーク双対性を代数解析の観点から研究することにより、グロタンディーク留数の計算法を与えている。その結果を元に、様々な特異点と双対性との関係に注目した研究を行っている。特に、擬斉次でない場合の孤立特異点と偏微分作用素系との関係に関する研究結果を得ている。

### (4) 研究の動機

双対性という性質に注目することにより、特異点自身を扱うことでは導くことのできない様々な性質を、コホモロジーやホロノミック系を用いることにより導き出すことができ、特に、計算代数との組み合わせにより、構成的な研究が可能となる。本研究では、これまでの研究成果を応用することにより、デフォーメーションの研究に構成的結果を与えられると考えた。

## 2. 研究の目的

### (1) 本研究の目的

特異点のデフォーメーションと代数的局所コホモロジーとの関係を解析することを目的とする。

本研究では、A, D, E型と呼ばれる擬斉次孤立特異点の標準形に対する解析を中心に行う。

### (2) 研究成果の応用

特異点のデフォーメーションに対するホロノミック系を用いた記述を与えることができれば、デフォーメーションの構成的性質を導くことができる。その性質を用いて、デフォーメーション構成アルゴリズム導出の研究に結びつける。

### (3) 特色と意義

特異点のデフォーメーションの概念は大変重要なものであるが、実際の構成に関する研究はあまり多くなく、ケースバイケースの計算で行われているのが現状である。さらに、デフォーメーションを扱っている文献に紹

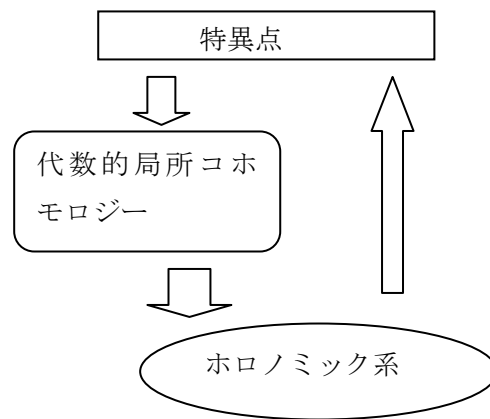
介されている例の多くが擬斉次特異点の場合である。それゆえ、擬斉次でない場合のデフォーメーションの構成的研究は不可欠であるが、特異性の複雑さから、その扱いは容易ではない。本研究は、擬斉次でない特異点のデフォーメーションの構成的研究の第一段階と位置づけて考えている。

### (4) 独創性

近年の計算代数解析学の発展により、代数解析の様々な対象を、数式処理システムを用いて実際に計算することができるようになってきている。計算代数解析は、理論的な発展だけでなく、応用上の発展も期待される比較的新しい分野の研究である。これまでは主に、可換環や代数幾何、解析幾何の観点から行われてきた様々な特異点の研究に、計算代数解析の手法を応用することにより、特異点の研究にこれまでとは違った方向性を与えることができると考えている。

## 3. 研究の方法

特異点に付随した代数的局所コホモロジーを代数解析の観点から解析することにより、特異点の様々な性質を研究することができる。



本研究では、特に計算代数解析の手法を用いることにより、特異点のデフォーメーションに対する構成的な研究を行う。

これまでの研究成果として、原点における孤立特異点の解析に必要な二つのアルゴリズムを導出してある。

- ・ ミルナー代数により与えられる空間の双

対空間の計算アルゴリズム

- ・ 代数的局所コホモロジーの **annihilator** (特異点に付随したホロノミック系) の計算アルゴリズム

これらのアルゴリズムを用いて、特異点のデフォーメーションに伴うコホモロジー類とホロノミック系の変化について様々な計算実験を行う。

本研究で扱ったデフォーメーションは次の 2 種である。

- ・  $\mu$  不変デフォーメーション  
デフォーメーションと  $b$ -関数の変化との関係を解析するため、 $\mu$  不変デフォーメーションに対する計算を行う。
- ・ 擬斉次孤立特異点 A, D, E 型標準形に対するデフォーメーション

これらのデフォーメーションに伴う次の対象の変化を解析する。

(1) 代数的局所コホモロジー類  
孤立特異点に付随した代数的局所コホモロジーの計算を行う。

(2) ホロノミック系  
擬斉次孤立特異点を様々な形でデフォーメーションし、それに伴う代数的局所コホモロジー類とコホモロジーの **annihilator** として与えられる微分作用素系 (ホロノミック系) の変化を解析する。

(3) 双対空間  
特異点のミルナー代数が与える空間の双対空間を考え、その基底全体の変化にも注目する。

#### 4. 研究成果

(1)  $b$ -関数との関係  
代数的局所コホモロジーの「重み」は  $b$ -関数の零点と密接に関係している。デフォーメーションと  $b$ -関数との関係を解析するため、 $\mu$  普遍デフォーメーションの場合を解析した。

特異点にデフォーメーションを施した場合に、ミルナー代数の双対空間の基底を与える代数的局所コホモロジー類の「重み」の変化

を追った。さらに、半擬斉次孤立特異点の場合を考察することにより、代数的局所コホモロジーの重みがジャンプする個数やジャンプ幅と特異点のモダリティーとの間に一定の関係があることを示唆する結果を得た。

(2) 原点における変化  
擬斉次孤立特異点に関して、ミルナー代数の単項基底に注目したデフォーメーションを行った場合の代数的局所コホモロジーの変化を解析した。

原点に特異点を持つ関数 (多項式) に対して、ミルナー代数の単項基底をパラメーター付きで加えることにより、特異点がデフォーメーションされ、原点における特異性は低くなる。原点に注目した場合の特異点のミルナー代数の双対空間の生成元となる代数的局所コホモロジー類のデフォーメーションによる変化を解析した。

(3) デフォーメーションとフォリエーション  
デフォーメーションをベクトル場の観点から考察するため、アンフォールディングの計算アルゴリズムを考察した。余次元が 1 であるような局所フォリエーション特異点のアンフォールディングを計算代数の観点から考察し、計算アルゴリズムを導出した。

5. 主な発表論文等  
(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

- [雑誌論文] (計 2 件)
- ① S. Tajima and Y. Nakamura, Annihilating ideals for an algebraic local cohomology class, Journal of Symbolic Computation, 査読有, 44, 2009, 435-448
  - ② Y. Nakamura, On invariants of Reiffen's isolated singularity, RIMS Kokyuroku Bessatsu, 査読有, B5, 2008, 7--14

[学会発表] (計 2 件)

- ① 中村弥生, An invariant of Reiffen's isolated singularity, Geometry and Analysis on Complex Algebraic Varieties, 2008年9月22日, モスクワ独立大学 (ロシア)
- ② 中村弥生, A computation of homological index of a vector field on an isolated complete intersection singularity, Geometry and Analysis on Complex Algebraic Varieties, 2007年11月23日, 東京農工大学

[その他]

ホームページ等

<http://www.math.kindai.ac.jp/~yayoi/>

## 6. 研究組織

### (1) 研究代表者

中村 弥生 (NAKAMURA YAYOI)

近畿大学・理工学部・講師

研究者番号：60388494

### (2) 研究分担者

( )

研究者番号：

### (3) 連携研究者

( )

研究者番号：

