

平成 22 年 5 月 17 日現在

研究種目：若手研究(B)

研究期間：2007 年～2010 年

課題番号：19740087

研究課題名（和文） 量子力学に現われる非線形波動方程式の初期値問題

研究課題名（英文） The Cauchy problem for nonlinear wave equations in quantum mechanics

研究代表者

町原 秀二 (MACHIHARA SHUJI)

埼玉大学・教育学部・准教授

研究者番号：20346373

研究代表者の専門分野：数物系科学

科研費の分科・細目：数学・大域解析学

キーワード：非線形波動方程式、解の存在定理

1. 研究計画の概要

量子力学に現われる方程式、非線形クライン・ゴルドン方程式、非線形ディラック方程式または非線形シュレディンガー方程式の初期値問題を研究する。特に該当問題の適切性を調査する。ここで微分方程式の初期値問題の適切性とは、(1)解の存在性、(2)解の一意性、(3)解の初期値に対する連続依存性 の三つの性質のことである。

2. 研究の進捗状況

(1) 津田谷公利氏との共同研究により非局所的な非線形項を持つ非線形ディラック方程式を空間次元 3 以上で考察を行った。

(2) 津田谷公利氏との共同研究により非局所的な非線形項を持つ非線形ディラック方程式を空間 2 次元で考察を行った。

(3) 中西賢次氏、津川光太郎氏との共同研究により湯川相互作用項をもつディラック・クライン・ゴルドン方程式を空間 1 次元で考察を行った。

(1)と(2)において尺度不変性の議論より得られる正則度での初期値問題の適切性を得た。時間と空間の関数空間を統合的に扱うストリッカーツ型評価を効果的に利用した。また非線形項には積関数に対する関数空間のノルムの精密な計算が必要であった。具体的にはヘルダーの不等式とヤングの不等式を用いた。(1)と(2)はともに論文に纏めることができ(1)は専門雑誌にて公表され、(2)は現在専門雑誌において印刷中である。

(3)において初期値問題の適切性および不適切性を得た。これによりこの問題は完全に解決したことになる。負冪のソボレフ空間を扱うためにフーリエ空間上での計算が主とな

る。適切性については対応する積分方程式の斉次項と非斉次項に別々の関数空間を与え評価したことが成功の鍵である。非線形項の積評価は標準的なものを用いたが、初期値への制限評価も精密に与えた。不適切性については適切性の議論で得られた関数の正則度のバランスの乱れを利用した。(3)は論文に纏めることができ、現在専門雑誌において印刷中である。

3. 現在までの達成度

②おおむね順調に進展している。

理由：湯川相互作用項をもつディラック・クライン・ゴルドン方程式の空間 1 次元での完全解決が大きい。今後の高次元での取り扱い、または別の方程式の応用にも今回得られた手法が有効であると考えられるから。

4. 今後の研究の推進方策

これまでに得られた結果の応用問題で、高次元での取り扱い、または別の方程式の考察を行う予定である。しかしこれまでと同様に

(1)時空間ノルムの統合的取り扱い

(2)斉次項と非斉次項のそれぞれ対応した関数空間の設定

(3)関数の 2 次、3 次の積評価

(4)初期値への制限評価

これらをいかに精密に行えるかが重要と考える。遂行スタイルはこれまでの共同研究者との共同研究と申請者個人での単独研究の両方で行う。

5. 代表的な研究成果

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

〔雑誌論文〕(計 5 件)

全て査読あり。

[1] Shuji Machihara and Kimitoshi Tsutaya, Scattering Theory for the Dirac Equation of Hartree Type in Two Dimensions, to appear in Nonlinear Analysis Series A: Theory, Methods & Applications.

[2] Shuji Machihara and Kimitoshi Tsutaya, Scattering Theory for the Dirac Equation with a Nonlocal Term, Proceedings of the Royal Society of Edinburgh, Section A. Vol. 139, pp.867—878, (2009).

[3] Shuji Machihara and Takayuki Omoso, The explicit solutions to the nonlinear Dirac equation and Dirac-Klein-Gordon equation, Ricerche di Matematica, Vol. 56, pp. 19-30, (2007).

[4] Shuji Machihara, The Cauchy problem for the 1-D Dirac-Klein-Gordon equation, Nonlinear Differential Equations and Applications NoDEA, Vol. 14, pp. 625-641, (2007).

[5] Shuji Machihara, Dirac equation with certain quadratic nonlinearities in one space dimension, Communications in Contemporary Mathematics, Vol. 9, pp. 421-435, (2007).

〔学会発表〕(計 3 件)

〔図書〕(計 0 件)

〔産業財産権〕

○出願状況(計 0 件)

名称:

発明者:

権利者:

種類:

番号:

出願年月日:

国内外の別:

○取得状況(計 0 件)

名称:

発明者:

権利者:

種類:

番号:

取得年月日:

国内外の別:

〔その他〕

なし