

研究種目：若手研究 (B)

研究期間：2007～2011

課題番号：19740088

研究課題名 (和文) 作用素環論における自己同型群及び群作用の研究

研究課題名 (英文) Reserch of automorphism groups and group actions on
The theory of operator algebras

研究代表者

増田 俊彦 (MASUDA TOSHIHIKO)

九州大学・大学院数理学研究院・准教授

研究者番号：60314978

研究代表者の専門分野：作用素環論

科研費の分科・細目：数学・大域解析学

キーワード：単射的因子環、自己同型群、群作用、分類

1. 研究計画の概要

作用素環論において、自己同型群や群作用の研究は中心的な話題の一つである。離散群の作用の解析は様々な進展があったが、連続群についてはまだ不明な部分が多い。特にコンパクト群の場合は離散群の作用の解析の手法が適用できると思われるので、コンパクト群の作用の分類を行う。

2. 研究の進捗状況

通常の群の作用の分類で、私は Evans-岸本によって発展させられた C^* 環での intertwining argument が単射的因子環でも適用できることを明らかにし、特別な場合ではあるが群作用の分類の簡明な証明を与えた。

また単射的 II₁ 型因子環への有限群の外部的な余作用の一意性も証明した。この議論の一部は以下の結果にも使われている。

単射的 II₁ 型因子環コンパクト群の極小作用の一意性はこれまで何人かの研究者が結果のみアナウンスして、証明が発表されていなかったが、私は戸松玲治氏との共同研究で実際に一意性を証明した。実際にはコンパクト群を含むより大きなクラスであるコンパクト Kac 環の極小作用の一意性を示した。

証明の最終段階では、上でも説明されている intertwining argument の一般化が用いられている。

またこの結果を応用して、戸松玲治氏と単射的 III 型因子環へのコンパクト群の極小作用の研究を行い、不変量が自明な場合の一意性定理も導くことができた。この系としてある種の因子環への連結半単純コンパクトリー群の極小作用の一意性が従う。証明の手法は

III 型因子環の構造定理を用いて II 型への作用の分類に帰着させる方法である。

前段落で説明した結果を導くためには因子環の自己準同型の解析的性質を明らかにした。これは自己同型写像に対する、Connes や河東-Sutherland-竹崎の結果の一般化である。特に泉によって導入された自己準同型写像に対する、Connes-Takesaki module や modular 自己準同型の概念によって、解析的な特徴付けがされることを示した。

以上も戸松玲治氏との共同研究である。

III 型因子環へのコンパクト群の極小作用の研究では作用の不変量の研究も必要になる。この点に関連して、コンパクト Kac 環の作用がモジュラー的になる場合に、自動的にコンパクト群の作用が現れることを確認した。

3. 現在までの達成度

② おおむね順調に進捗している。

理由としては、コンパクト群の作用の分類理論は我々が着手する以前は、可換のケースしか主に示されていなかったのだが、その時点から比べると沢山の結果が明らかにされたからである。

4. 今後の研究の推進方策

III 型因子環への極小作用については、作用の不変量が自明でない場合を必然的に扱わなくてはならないが、不変量をどのように定式化するかは、まだ確立された方法があるわけではないので、その点を明らかにする必要がある。また定式化においては、作用の分類に使用できるようにしなければならないので、この点も留意して研究する必要がある。

ると考えている。

5. 代表的な研究成果

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 5 件)

① Toshihiko Masuda, and Reiji Tomatsu, Classification of minimal actions of a compact Kac algebra with amenable dual on injective factors of type III, Journal of Functional Analysis 258, 1965--2025, (2010).

② Toshihiko Masuda and Reiji Tomatsu, Approximate innerness and central triviality of endomorphisms, Advance in Mathematics 220, 1075--1134, (2009).

③ Toshihiko Masuda, Classification of actions of duals of finite groups on the AFD factor of type II₁, Journal of Operator Theory, 60, 273--300, (2008).

④ Toshihiko Masuda, and Reiji Tomatsu, Classification of minimal actions of a compact Kac algebra with amenable dual, Communications in Mathematical Physics. 274, 487--551, (2007).

⑤ Toshihiko Masuda, Evans-Kishimoto type argument for actions of discrete amenable groups on McDuff factors, Mathematica Scandinavica .101, 48--64, (2007)

[学会発表] (計 3 件)

① 増田 俊彦, Evans-Kishimoto intertwining argument の一般化による単射的因子環への離散従順群の作用の分類, 研究集会「作用素環論とその関連分野の研究」, 京都大学, 2009年9月3日.

② 増田 俊彦, Evans-岸本型の intertwining argument の一般化と離散従順群の単射的因子環への作用の分類, 日本数学会函数解析分科会, 大阪大学, 2009年9月25日.

③ Toshihiko Masuda, Classification of minimal actions of a compact Kac algebra with amenable dual, Operator algebra seminars, Fields institute, 2007年11月29日.