

機関番号：14301

研究種目：若手研究(B)

研究期間：2007 ～ 2010

課題番号：19760052

研究課題名（和文）準定常状態の統計力学とダイナミクス

研究課題名（英文） Statistical Mechanics and Dynamics of Quasi-stationary States

研究代表者

山口 義幸 (YAMAGUCHI YOSHIYUKI)

京都大学・大学院情報学研究科・助教

研究者番号：40314257

研究成果の概要（和文）：多数の要素からなる系は、時間の経過とともに熱平衡状態と呼ばれる、もうこれ以上変化しない状態に落ち着く。熱平衡状態は、エンジンなど熱機関に対する理論の対象として応用上も重要である。しかし相互作用が遠く離れた要素同士にもおよぶ系の場合、熱平衡状態に至る前に、準定常状態と呼ばれる別の状態に長時間トラップされる。こういった系では準定常状態を理解・記述することが重要となる。本研究では、準定常状態を理論的に予測するための非平衡統計力学や、系の時間発展を記述する運動論に対する貢献がなされた。

研究成果の概要（英文）：A system consisting of many elements goes to thermal equilibrium by temporal evolution. Thermal equilibrium is an object of theories for heat engines, and hence it is important for applications. However, a system with long-range interactions is frequently trapped at so-called a quasi-stationary state before reaching thermal equilibrium, and hence it is important to understand and describe the quasi-stationary states. This research project gives contribution to a nonequilibrium statistical mechanics for predicting the quasi-stationary states theoretically, and to a kinetic theory for describing dynamics of such a system.

交付決定額

(金額単位：円)

	直接経費	間接経費	合計
2007年度	900,000	0	900,000
2008年度	800,000	240,000	1,040,000
2009年度	800,000	240,000	1,040,000
2010年度	800,000	240,000	1,040,000
年度			
総計	3,300,000	720,000	4,020,000

研究分野：ハミルトン力学系

科研費の分科・細目：応用物理学・工学基礎、工学基礎

キーワード：準定常状態、統計力学、運動論

1. 研究開始当初の背景

1995年に、Hamiltonian mean-field(HMF)モデルの熱平衡状態に対する力学的なアプローチの論文が発表された。一般的には、観測すべき量の時間平均と統計平均は一致するものと考えられるが、この論文によると、HMF系では両者の平均が一致しないエネル

ギー領域があった。不一致の原因は、熱平衡状態に緩和する過程で準定常状態と呼ばれる状態にトラップされていたからである。また準定常状態はHMF系に特有な存在ではなく、長距離相互作用系であれば準定常状態にトラップされ得ることが認識されてきた。準定常状態の例としては、重力系における楕円

銀河や、プラズマ系における結晶化したプラズマ、また木星の大赤斑などが挙げられる。このように、重力や電磁気力などといったありふれた相互作用を持つ系が準定常状態にトラップされるのであれば、準定常状態に対する理論を構築するための分野が立ち上がるのは必然の流れである。熱平衡状態に対しては、統計力学や熱力学および気体分子運動論などが大きな威力を發揮している。準定常状態に対してもこれらのような理論が求められるようになってきた。これら理論が完成されれば、基礎的な分野における貢献はもちろんのこと、応用面でも様々な分野に貢献できることが期待される。

準定常状態の統計学的記述に対する突破口の一つとして、1967年に発表されたLynden-Bellによる統計理論が非平衡状態に対して有効な統計力学として再発見された。Lynden-Bellの理論はもともと重力系に対して提案されたものであるが、有用か否かに関しては報告する論文ごとに結論に隔たりがあった。その一方で、重力系ではなくHMF系に対しては理論予測が数値実験とよい一致を与えるという報告もあり、その有用性について再び注目され始めていた。

上記のような準定常状態の予測に対する研究が進展する一方で、準定常状態に与えた摂動がどのような時間発展をするかについての研究についても見直されてきた。従来、プラズマ系の研究においてLandauが得た結果はあったものの、主に熱平衡状態に対して適用されていた。そこで、準定常状態に対しても有用であるか、どのような理論予測が得られるかが問題となってきた。また、Landau理論は空間一様な状態のまわりでの摂動を考えていたが、重力系などでは通常、空間非一様な状態となる。そこで、空間非一様な状態に対する摂動の時間発展も研究する必要があった。

2. 研究の目的

本研究の目的は大きく分けて以下に述べる2つである。(1)与えた初期条件に対して、どういった準定常状態に落ち着くかを予測するための統計理論を發展させること。(2)準定常状態に摂動を与えたとき、この摂動は時間発展する。そこで、運動論を用いて摂動のダイナミクスを記述すること。これら2つの研究を併せることによって、準定常状態の全体像を把握することができるようになると期待される。

3. 研究の方法

上記の目的に応じた研究方法を採用した。以下では、それぞれの目的に対する研究方法について述べる。

(1)準定常状態を記述しうる非平衡統計力学として提案されていたLynden-Bell理論を、Hamiltonian mean-field(HMF)モデルおよび1次元重力シートモデルに適用し、数値実験と比較することでその妥当性を検証した。またHMF系においては、熱平衡状態ではみられず準定常状態に特有の現象が起りえるか否かに着目した。1次元重力シートにおいては、Lynden-Bell理論が有用であるか否かについて系統だった検証を行うと共に、従来の方法では有用でなかった場合に改善する方法について考察した。

(2)系を構成する要素の数が非常に多い場合、要素ひとつひとつをみずとも1体分布関数を用いて簡明に系を記述することができる。1体分布関数はVlasov方程式に従って時間発展するため、準定常状態に与えた摂動の時間発展を追うためにはVlasov方程式を準定常状態のまわりで線形化し、その線形化方程式を解析すればよい。空間一様な準定常状態に対してはLandauによる解析を適用することにより、また空間非一様な準定常状態に対しては、数々の技術的困難をひとつずつ丁寧に解決することにより時間発展を定量的に予測する。

4. 研究成果

上記目的に応じた研究成果について、それぞれ述べる。

(1)Lynden-Bell理論をHMF系に適用した結果、準定常状態では熱平衡状態で観られる二次相転移に加えて、一次相転移やそれに伴う三重臨界点が存在することを明らかにした。またこの結果は、数値計算結果ともよく合致し、理論予測が正しいことを裏付けた。準定常状態における相転移については未だ不明なことが多かったのであるが、本研究によって、準定常状態では熱平衡状態では見られないタイプの相転移が起りうることを、およびそれがLynden-Bell統計という理論によって予測しうることを発見したことは非常に意義深い。この結果は当該分野で最も影響力のある雑誌の一つに掲載されたことにも、本研究の重要度が表れている。

一方、1次元重力シートモデルでは、コア・ハロ構造と呼ばれる構造が力学的に構成されるため、Lynden-Bell理論は適用できないのではないかと言われていた。これに対して、系統だった数値計算を行うことにより、ビリアル平衡となる初期状態を除いて統計理論だけでは準定常状態を記述し切れないことを指摘した。このことは、1次元系に特有のことではなく、他研究者によって3次元系でも同様の結果となることが指摘された。かくしてLynden-Bellが提案した通りの理論

では重力系の準定常状態を記述することができないことが示されたが、本研究では一歩進んで、コア部分だけでも理論的な予測ができないかと試み、この試みが有用であることを示した。重力系は熱平衡状態に到達することがないために、非平衡統計力学の必要性が特に高い系である。そのような系に対して、従来の非平衡統計力学を否定することに留まらず、新たな理論を構築する可能性を示したことは、大変に重要である。

(2)運動論に関する成果は、準定常状態が空間一様であるか空間非一様であるかによって2つに大別することができる。空間一様の場合には、その背景場上に現れるクラスターについての研究を行ったが、クラスターが摂動的な小さいクラスターか、摂動論では扱えない大きなクラスターかによってさらに分類することができる。空間非一様な場合を含めて、3つの場合に分けて成果を述べる。

①準定常状態が空間一様で、クラスターが小さい場合：Landau 理論に従うと、準定常状態が安定であれば与えた摂動は指数関数的に減衰することが予測される。しかしこれは状態変化を線形でのみ考えた場合であり、非線形効果を含めて考えると、系を構成する要素と場が共鳴することによって小さいクラスターを構成することがある。このシナリオをHMF 系の準定常状態に適用し、かつ引力相互作用と斥力相互作用のどちらが上記のようなクラスターを構成しやすいかについての研究を行った。その結果、引力系では斥力系に比べて格段にクラスターが構成されにくいこと、しかし引力系においても熱平衡状態からある意味で遠い準定常状態ではクラスターを構成しうることを現象論を用いた理論で予測した。またこの理論予測は、数値計算によって支持された。

②準定常状態が空間一様で、クラスターが大きい場合：上記のように、引力系では摂動的な効果によってクラスターが構成されることは容易ではないことが分かった。しかし、他研究者の研究によると、あるタイプの初期状態から出発すると、大きめのクラスターが普遍的に構成されることが報告されている。この謎を解くため、HMF 系において、BGK 波という概念と現象論的な仮定によって、観測されている大きめのクラスターを再構成することを試みた。この試みは部分的には成功を収め、クラスターが構成されるシナリオが次のようなものであることを示唆した。すなわち、系は与えられた初期値に応じた空間一様な状態に向かう。この空間一様状態は、Lynden-Bell 理論によって予測される状態である。しかし系を構成する要素と場が共鳴す

ることにより、BGK 波が構成されこれが生き残る。BGK 波の大きさは、系の保存則によって予測することができる。このシナリオの重要性は、Lynden-Bell 理論からの差異として観測されたクラスターの発生源を理解したこと、および力学的に得られる現象論的仮定をも用いることでLynden-Bell 理論を越えた理論を構築する方向性の一つを与えたことである。

③準定常状態が空間非一様な場合：準定常状態が空間非一様な場合は、空間一様な場合とは異なり様々な技術的困難が発生する。このため、従来は形式的な議論を越えた成果はあまり得られていなかった。本研究ではこれらの困難を乗り越え、オーダーパラメータの時間発展を定量的に予測することに成功し、数値計算とも一致することを示した。この研究は、空間非一様な場合でも Landau 理論と同様な扱いが有用であること、しかしその有用性は中間的な時間領域に限られることを実証したという点で注目に値する。

以上の研究成果を踏まえ、今後の展望としては、モデル系のみならず現実的な系の統計的・力学的な理論予測とその検証を行うこと、および統計力学から熱力学へと発展させること、などが挙げられる。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 6 件)

① Y. Y. Yamaguchi, Construction of traveling clusters in the Hamiltonian mean-field model by nonequilibrium statistical mechanics and BGK waves, Phys. Rev. E, 査読有, 掲載決定

② J. Barre', A. Olivetti and Y. Y. Yamaguchi, Dynamics of perturbations around inhomogeneous backgrounds in the HMF model, J. Stat. Mech. 査読有, 2010, P08002

③ R. Bachelard, C. Chandre, A. Ciani, D. Fanelli and Y. Y. Yamaguchi, Analytical results of the magnetization of the Hamiltonian mean-field model, Phys. Lett. A, 査読有, 373 巻, 2009, 4239-4245

④ J. Barre', Y. Y. Yamaguchi, Small traveling clusters in attractive and repulsive Hamiltonian mean-field models, Phys. Rev. E, 査読有, 79 巻, 2009, 036208

⑤ Y. Y. Yamaguchi, One-dimensional self-gravitating sheet model and Lynden-Bell statistics, Phys. Rev. E, 査読有, 78 巻, 2008, 041114

⑥ A. Antoniazzi, D. Fanelli, S. Ruffo and Y. Y. Yamaguchi, Nonequilibrium tricritical point in a system with long-range interactions, Phys. Rev. Lett. 査読有, 99 巻, 2007, 040601.

[学会発表] (計 7 件)

- ① 山口義幸, 空間 1 次元系の漸近的緩和, 日本物理学会, 2011 年 3 月 28 日, 新潟大学
- ② 山口義幸, HMF 系における空間非一様背景場上の摂動のダイナミクス, 日本物理学会, 2010 年 9 月 23 日, 大阪府立大学
- ③ Y. Y. Yamaguchi, Dynamics of perturbation around inhomogeneous backgrounds in the HMF model, Dynamics Days Asia Pacific 6, 2010 年 7 月 13 日, University of New South Wales (Sydney, Australia)
- ④ 山口義幸, 長距離相互作用ハミルトン系におけるクラスター解析, 理論応用力学講演会, 2010 年 6 月 8 日, 日本学術会議
- ⑤ 山口義幸, 引力系および斥力系における移動型クラスター解析, 日本物理学会, 2009 年 3 月 28 日, 立教大学
- ⑥ 山口義幸, 1 次元重力シートモデルにおける Lynden-Bell 統計, 日本物理学会, 2007 年 9 月 24 日, 北海道大学
- ⑦ Y. Y. Yamaguchi, Out-of-equilibrium statistical mechanics in a Hamiltonian system with long-range interactions, Un/ESA/NASA Workshop on Basic Space Science and the International Heliophysical Year 2007, 2007 年 6 月 21 日, 国立天文台

[その他]

ホームページ等

<http://yang.amp.i.kyoto-u.ac.jp/~yyama/index-j.html>

6. 研究組織

(1) 研究代表者

山口 義幸 (YAMAGUCHI YOSHIYUKI)
京都大学・大学院情報学研究科・助教
研究者番号: 40314257

(2) 研究分担者

()

研究者番号:

(3) 連携研究者

()

研究者番号: